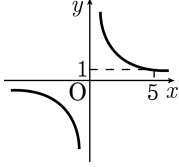


단원테스트 1차

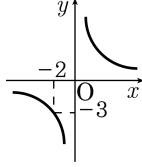
1. 다음 중 함수 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 골라라.

[배점 3, 하상]

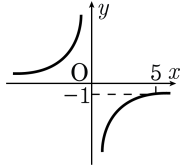
①



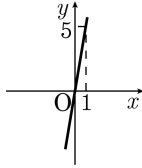
②



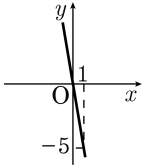
③



④



⑤



해설

$y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프는 점 $(5, -1)$ 을 지나고 제 2, 4 사분면 위에 쌍곡선으로 그려진다.

2. 다음 [보기] 중 y 가 x 에 반비례하는 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 자동차가 시속 x km 로 3 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ㉡ 넓이가 10 cm^2 인 삼각형의 밑변의 길이가 x cm 일 때, 높이는 y cm 이다.
- ㉢ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ㉣ 5% 의 소금물 x g 에 녹아 있는 소금의 양은 y g 이다.
- ㉤ 가로 길이가 4 cm , 세로 길이가 x cm 인 직사각형의 넓이는 $y \text{ cm}^2$ 이다.

[배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 3개

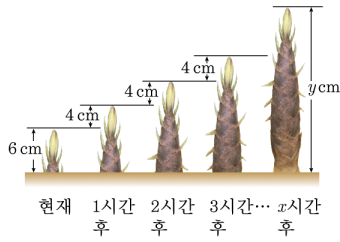
④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ $y = 3x$
- ㉡ $y = \frac{20}{x}$
- ㉢ $y = 4x$
- ㉣ $y = \frac{5}{100}x$
- ㉤ $y = 4x$

3. 죽순은 1시간에 4cm 씩 자란다고 한다. 현재 6cm 인 죽순의 x 시간 후의 길이를 y cm 라고 하자. $y = f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① $f(x) = 4x + 6$ ② $f(x) = 4x + 4$
 ③ $f(x) = 6x + 4$ ④ $f(x) = 6x + 6$
 ⑤ $f(x) = 10x + 6$

해설

현재는 6cm 이고 x 시간 후에는 $4x$ cm 만큼 늘어난다.
 따라서 x 시간 후의 죽순의 길이는 $(4x + 6)$ cm
 이므로 $f(x) = 4x + 6$ 이다.

4. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화 한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
 ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{2} - \sqrt{3} &= A \text{ 라 하면} \\ \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &\quad + \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

5. 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에서 정의역을 X , 공역을 Y , 치역을 R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $R \subset X$ ② $X \cap Y = R$
 ③ $R \subset Y$ ④ $X \cap R^c = \emptyset$
 ⑤ $X \subset R$

해설

치역은 항상 공역의 부분집합이다.
 $\therefore R \subset Y$

6. 점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있고, 점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있을 때, 점 A, B 의 좌표를 각각 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① $A(-7, 0), B(0, -12)$
 ② $A(-7, 0), B(0, 12)$
 ③ $A(-2, 0), B(0, -3)$
 ④ $A(0, -5), B(-4, 0)$
 ⑤ $A(0, -7), B(-1, 0)$

해설

점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있으므로
 $b+3=0, b=-3$
 점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있으므로
 $a+5=0, a=-5$
 $\therefore A(-7, 0), B(0, 12)$

7. 정의역이 $\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\right\}$ 인 함수 $y=8x$ 의 공역이 될 수 있는 집합을 골라라.
[배점 5, 중상]

- ① $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ② $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 0 \leq x \leq 10 \text{인 정수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$

해설

공역은 치역의 원소를 모두 포함하는 집합이어야 한다.

$y=8x$ 에서

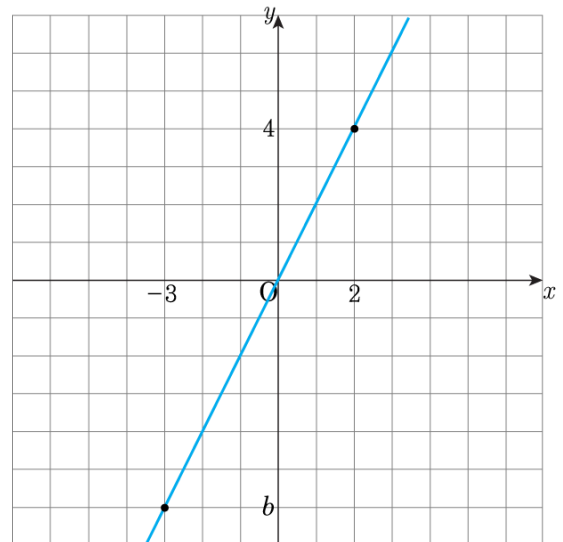
$$f(0)=0, f\left(\frac{1}{4}\right)=2, f\left(\frac{1}{2}\right)=4, f(1)=8$$

이므로 치역은 $\{0, 2, 4, 8\}$ 이다.

- ① $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
 ② $\{1, 2, 4, 8\}$
 ③ $\{0, 1, 2, \dots, 10\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8\}$
 ⑤ $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$

따라서 치역의 원소 0, 2, 4, 8이 모두 포함되어 있는 집합은 $\{x|x \text{는 } 0 \leq x \leq 10 \text{인 정수}\}$ 이다.

8. 함수 $y=ax$ 의 그래프가 두 점 $(2, 4), (-3, b)$ 를 지날 때, a 와 b 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $b=-6$

해설

우선 a 의 값을 구해보면, $4 = a \times 2$ 이므로, $a = 2$ 가 된다.

따라서 이 그래프는 $y = 2x$ 이므로 $b = 2 \times (-3)$, $b = -6$ 이다.

9. 점 $A(2a, b-3)$ 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점과 점 $B\left(4+2a, \frac{b}{3}-6\right)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 점이 같을 때, $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{9}{2}$
 ④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

해설

$A(2a, b-3)$ 는 원점에 대하여 대칭이동시킨 점은 $(-2a, 3-b)$ 이고

$B\left(4+2a, \frac{b}{3}-6\right)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 점은 $\left(4+2a, 6-\frac{b}{3}\right)$ 이다.

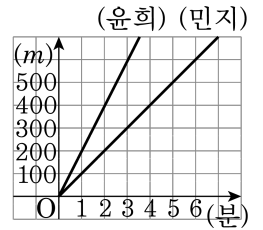
대칭이동시킨 두 점이 같으므로

$$-2a = 4 + 2a, a = -1$$

$$3 - b = 6 - \frac{b}{3}, b = -\frac{9}{2}$$

$$a + b = -1 - \frac{9}{2} = -\frac{11}{2}$$

10. 윤희와 민지가 4km 인 호수 공원을 둘 때의 시간과 거리 사이의 관계는 다음 그림과 같다. 윤희가 4km 를 다 돈 후 민지가 올 때까지 몇 분 동안 기다려야 하는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20 분

해설

두 사람이 호수 공원을 도는 데 걸린 시간을 x 분, 이동 거리를 ym 라고 하면 x 와 y 사이의 관계식은 $y = ax$ 의 꼴이다.

윤희의 함수를 $y = ax$ 라고 하면 $y = ax$ 의 그래프가 점 $(2, 400)$ 을 지나므로

$$400 = 2a, a = 200 \therefore y = 200x$$

민지의 함수를 $y = bx$ 라고 하면 $y = bx$ 의 그래프가 점 $(3, 300)$ 을 지나므로

$$300 = 3b, b = 100 \therefore y = 100x$$

따라서 거리가 4km (4000m) 인 호수를 둘 때 걸린 시간은

$$\text{윤희} : 4000 = 200x \therefore x = 20 \text{ (분)}$$

$$\text{민지} : 4000 = 100x \therefore x = 40 \text{ (분)}$$

따라서 윤희는 민지를 20분 동안 기다려야 한다.

11. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 60만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.
- [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 50만 원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 60, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{60}, a = 1200$$

$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1200}{x} (x > 0)$$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1200}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1200}{x} \therefore x = 50$$

12. 좌 표 평 면 위 의 네 점 A(0, 0), B(-2, 8), C(-7, 8), D(-7, 0) 을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 함수 $y = ax$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라.
- [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{48}{49}$

해설

사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (7+5) \times 8 = 48$ 이다.

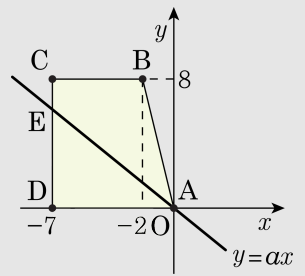
$y = ax$ 와 선분 CD 가 만나는 점을 점 E 라 할 때, 점 E 의 x 좌표는 -7이므로 점 E(-7, -7a) 이다.

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times 7 \times |-7a| = \frac{49}{2}|a|$$

$$\frac{49}{2}|a| = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\frac{49}{2}|a| = 24$$

$$\therefore a = -\frac{48}{49} (\because a < 0)$$



13. y 는 x 에 정비례하고 $x = 3$ 일 때 $y = 12$ 이다. 또 z 는 y 에 정비례하고, $y = 2$ 일 때 $z = -4$ 이다. $x = 1$ 일 때, z 의 값을 구하면?
- [배점 5, 상하]

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -2

해설

y 는 x 에 정비례하므로 $y = ax$

$x = 3, y = 12$ 를 대입하면 $a = 4$ 이다.

따라서 $y = 4x$ 이다.

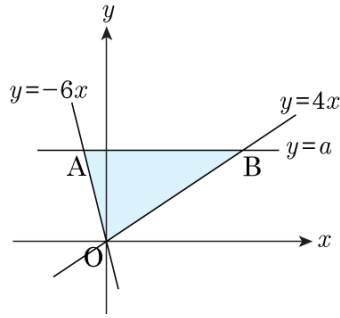
z 도 y 에 정비례하므로 $z = by$

$y = 2, z = -4$ 를 대입하면 $b = -2$ 이다.

따라서 $z = -2y$ 이다.

따라서 $x = 1$ 일 때 $y = 4 \times 1 = 4$, $y = 4$ 일 때, $z = (-2) \times 4 = -8$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = -6x$ 와 $y = 4x$ 의 그래프가 $y = a$ ($a > 0$) 인 직선의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 AOB 의 넓이가 30 일 때, a 의 값은?



[배점 5, 상하]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

두 점 A, B 의 y 좌표는 a ($a > 0$) 이므로

점 A 의 x 좌표는 $-\frac{a}{6}$

점 B 의 x 좌표는 $\frac{a}{4}$

$$\begin{aligned} (\triangle AOB \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{6} + \frac{a}{4} \right) \times a \\ &= \frac{5}{24} a^2 \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 = 144, a = 12 (a > 0)$$

15. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

정의역 $\{x | -16 \leq x \leq 16 \text{인 } 0 \text{이 아닌 정수}\}$ 에 대하여 함수 $y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 할 때, $2a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위의 격자점은 $(-16, -4), (-12, -3), (-8, -2), (-4, -1), (4, 1), (8, 2), (12, 3), (16, 4)$ 로 8개이므로

$a = 8$

$y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은 $(-16, 1), (-8, 2), (-4, 4), (-2, 8), (-1, 16), (1, -16), (2, -8), (4, -4), (8, -2), (16, -1)$ 로 10개이므로 $b = 10$

$$\therefore 2a - b = 2 \times 8 - 10 = 6$$

16. 정의역이 $\{x | 1 < |x| < 3 \text{인 정수}\}$, 공역이 $\{y | 2 < |y| < 5 \text{인 정수}\}$ 일 때, 가능한 함수의 개수를 a , 치역의 원소의 개수가 정의역의 원소의 개수와 같은 함수의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① 12 ② 18 ③ 22 ④ 28 ⑤ 32

해설

정의역 $\{-2, 2\}$

공역 $\{-4, -3, 3, 4\}$

가능한 함수의 개수는 $f(-2)$ 이 4 가지, $f(2)$ 도 4 가지이므로

(함수의 개수) $= 4 \times 4 = 16$ (개)

치역의 원소의 개수가 2 개이려면

$f(-2), f(2)$ 이 모두 서로 다른 값이어야 하므로

(함수의 개수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)

$$\therefore a + b = 16 + 12 = 28$$

17. 직선 $y = 3x - k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -\frac{2}{5}x$, $y = -\frac{5}{2x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 더한 값은? [배점 5, 상하]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$-\frac{2}{5}x = -\frac{5}{2x}, x^2 = \frac{25}{4}, x = \pm \frac{5}{2}$$

따라서, 교점은 $(\frac{5}{2}, -1), (-\frac{5}{2}, 1)$

$y = 3x - k$ 에 $x = \frac{5}{2}$, $y = -1$ 을 대입하면

$$-1 = 3 \times \frac{5}{2} - k, k = \frac{17}{2}$$

$y = 3x - k$ 에 $x = -\frac{5}{2}$, $y = 1$ 을 대입하면

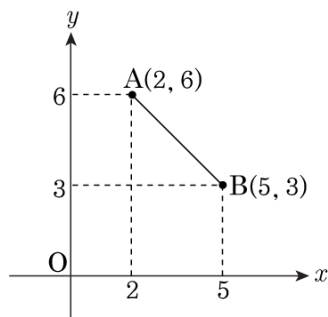
$$1 = 3 \times \left(-\frac{5}{2}\right) - k, k = -\frac{17}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{17}{2}, k = \frac{17}{2}$$

따라서 k 의 모든 값을 더한 값은 0이다.

18. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 선분 AB 를 지날 때, a 의 값의 범위를 $m \leq a \leq n$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{5}$
 ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{14}{5}$
 ⑤ $\frac{18}{5}$



해설

$y = ax$ 가 점 (2, 6) 을 지나는 경우 $a = 3 \dots \text{㉠}$

$y = ax$ 가 점 (5, 3) 을 지나는 경우 $a = \frac{3}{5} \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡에 의해 $\frac{3}{5} \leq a \leq 3$ 이다.

$$\therefore m + n = \frac{3}{5} + 3 = \frac{18}{5}$$

19. 두 집합 $A = \{x | 5 \geq |x|, x \text{는 정수}\}$, $B = \{x | x \text{의 절댓값이 } 10 \text{ 이하의 소수인 정수}\}$ 에 대하여 A 의 원소를 x 좌표, B 의 원소를 y 좌표로 하는 순서쌍의 점 중에서 좌표평면의 제 4 사분면에 위치하는 점의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20 개

해설

집합 A, B 를 원소나열법으로 나타내면

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{-7, -5, -3, -2, 2, 3, 5, 7\}$$

이고, 제 4 사분면에 위치하는 (x, y) 는 $x > 0$, $y < 0$ 이므로

x 좌표가 1 일 때, y 좌표가 $-7, -5, -3, -2$ 의 4 개

x 좌표가 2 일 때, y 좌표가 $-7, -5, -3, -2$ 의 4 개

x 좌표가 3 일 때, y 좌표가 $-7, -5, -3, -2$ 의 4 개

x 좌표가 4 일 때, y 좌표가 $-7, -5, -3, -2$ 의 4 개

x 좌표가 5 일 때, y 좌표가 $-7, -5, -3, -2$ 의 4 개

이므로

$$5 \times 4 = 20 \text{ 개이다.}$$

20. 정의역이 $X = \{x | 0 \leq x \leq 3, x \text{는 유리수}\}$ 인 함수 $f(x)$ 가 x 가 정수일 때, $f(x) = 0$, x 가 정수가 아닐 때, $f(x) = 1$ 의 함숫값을 갖는다. 서로 다른 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 0$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 0$ 이므로 a, b, c, d 는 모두 정수이다.

집합 X 에서 정수가 될 수 있는 값은 0, 1, 2, 3 이므로

$$\therefore a + b + c + d = 6$$