

실력 수동

1. 두 집합 $A = \{7, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, a + 2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 B 에서 $a + 2 = 7$ 이므로 $a = 5$ 이다.

2. 다음 중에서 옳지 않은 것은? [배점 2, 하하]

- ① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$
 ② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$
 ③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$
 ④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$
 ⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

3. 희진이네 반 학생 중 피자를 좋아하는 학생은 11명, 떡을 좋아하는 학생은 14명, 피자와 떡을 모두 좋아하는 학생은 8명이다. 이때, 떡만 좋아하는 학생은 몇명인가? [배점 2, 하하]

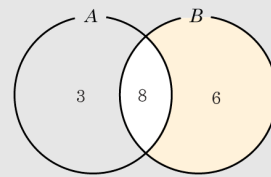
- ① 6명 ② 8명 ③ 10명
 ④ 12명 ⑤ 14명

해설

피자를 좋아하는 학생의 집합을 A , 떡을 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면,

$$n(A) = 11, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$$

따라서 떡만 좋아하는 학생의 수는 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$ (명) 이다. 주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



4. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$
 ㉡ $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 0$
 ㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 2$
 ㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 2$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

- ㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$
 ㉡ $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$,
 $\{x|x \text{는 } 25 \text{의 약수}\} = \{1, 5, 25\}$ 이므로
 $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$
 ㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$
 ㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$

5. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1은 소수이다.
 ㉡ 합성수는 약수가 3개 이상인 수이다.
 ㉢ 6의 배수 중 소수는 없다.
 ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5개이다.

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

- ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1은 소수가 아니다.
 ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
 ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
 ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
 ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
 ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

7. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합인 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{0, 2\}$ ② $\{1, 4\}$ ③ $\{1, 2, 6\}$
 ④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$
 따라서 $\{1, 2, 6\} \subset A$ 이다.

8. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

집합 A 에서 $\{a, b\}$ 은 하나의 원소이므로 $n(A) = 3$ 이다.

9. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로

약수의 개수가 4 인 경우는

지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와

지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.

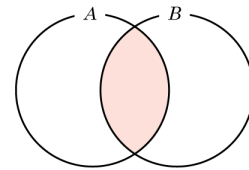
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는

2^3 과 2×3 이고

그중 2×3 이 더 작으므로

약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



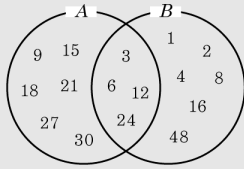
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 원소의 합은
 $3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

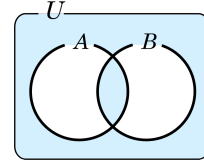
11. 다음 중 옳게 연결된 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



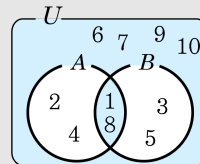
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6 개

해설

집합 U, A, B 의 원소를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{1, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

따라서 구하는 원소의 개수는 6 개이다.

13. 세 자연수 5, 6, 7 중 어느 수로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 212

해설

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 구하는 자연수는
 $210 + 2 = 212$ 이다.

14. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?
 [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다.
 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 1000 \text{인 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \times 3^2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$A \cap B$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{ 과 } 2 \times 3^2 \text{의 공배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{ 과 } 2 \times 3^2 \text{의 최소공배수의 배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 72 \text{의 배수}\}$

$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$

따라서 $n(A \cap B) = 13$ 이다.

16. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

2) 600

2) 300

2) 150

3) 75

5) 25

5

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

17. $2^7 < A < 2^8$ 인 A 를 이진법의 수로 나타내면 몇 자리의 수가 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8자리의 수

해설

$2^7 = 10000000_{(2)}$, $2^8 = 100000000_{(2)}$ 이므로
 $10000000_{(2)} < A < 100000000_{(2)}$
 따라서 A 를 이진법으로 나타내면 8자리의 수가 된다.

18. 세 수 6, 8, 12 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 인 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

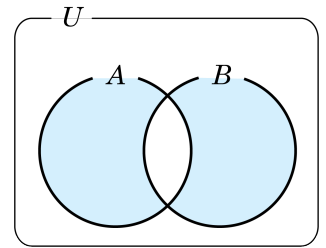
▶ 답 :

▶ 정답 : 101

해설

구하는 수를 A 라 하면
 $A = (6, 8, 12 \text{의 공배수}) + 5$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수,
 6, 8, 12 의 최소공배수는 24 이다.
 24 의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, ...
 따라서 $A = 96 + 5 = 101$ 이다.

19. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 고르면?

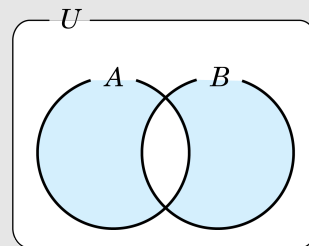


[배점 4, 중중]

- ① $A - B$
 ② $B - A$
 ③ $(A \cap B)^c$
 ④ $(A \cup B)^c$
 ⑤ $(A - B) \cup (B - A)$

해설

⑤ $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



20. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$

$$a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$$