

단원 형성 평가

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉥ ⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉢ : 월, 화, 수, ... , 일
- ㉥ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
- ㉡, ㉣, ㉤은 기준이 분명하지 않다.

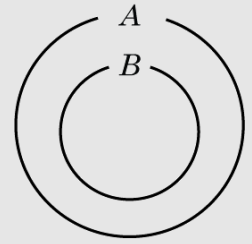
2. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$
- ③ $B - A = \emptyset$ ④ $A - B = \emptyset$
- ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$

해설

$B \subset A$ 이면, 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



- ① $A \cap B = B$
- ② $A \cup B = A$
- ④ $A - B \neq \emptyset$
- ⑤ $A \cap B^c \neq \emptyset$

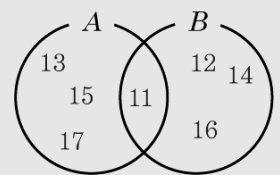
3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\therefore B = \{11, 12, 14, 16\}$



4. 다음 중 집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① 키가 큰 학생들의 모임
- ② 1보다 작은 자연수의 모임
- ③ 100에 가장 가까운 수들의 모임
- ④ 아름다운 꽃들의 모임
- ⑤ 유명한 성악가의 모임

해설

② 1보다 작은 자연수의 모임은 공집합이므로 집합이다.
①, ③, ④, ⑤는 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

5. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\}$
- ② $\{3, 8, 13, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{1\}$
- ⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $3 \notin A$
- ② $4 \in A$
- ③ $7 \notin A$
- ④ $10 \notin A$
- ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

- ① $3 \in A$
- ② $4 \notin A$
- ④ $10 \in A$

7. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset \subset A$
- ② $A \subset A$
- ③ $A \subset (A \cup B)$
- ④ $A \subset (A \cap B)$
- ⑤ $(B \cap A) \subset B$

해설

- ④ $A \supset (A \cap B)$

8. 세 집합

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$

$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset$ 이므로

$n(A) = 0,$

$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$n(B) = 4,$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$n(C) = 3$ 이다.

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

9. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $n(\emptyset) = 1$

② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $A = \{4, 6\}, B = \{6, 7, 8\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 4$

⑤ $A = \{x | 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때,
 $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $n(A) = 1$

③ $3 - 2 = 1$

④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

10. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A, B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,

$n(U) = 150, n(A) = 70, n(B^c) = 69, n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$$

11. 명희네 반 학생 중에서 영어를 좋아하는 학생은 28 명, 수학을 좋아하는 학생은 23 명이다. 영어 또는 수학을 좋아하는 학생이 41 명일 때, 수학만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13명

해설

영어를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 수학을 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(A) = 28, n(B) = 23$$

$$n(A \cup B) = 41$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 23 - 41 = 10$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 10 = 13$$

12. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12명

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$$

$$n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로 } 37 = 26 + 23 - n(A \cap B) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A \cap B) = 12 \text{ 이다.}$$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B$ 를 $A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$ 라고 정의한다.

$n(A \cup B) = 8, n(A \cap B) = 4$ 일 때, $n(A) \times n(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 12$$

따라서 A, B 의 원소의 개수는 각각 최대 6 개씩 들어가야 한다.

따라서, $n(A) \times n(B)$ 의 최댓값은 $6 \times 6 = 36$ 이다.

14. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본 학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다. 제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해 본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두 못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행 중 한 가지만 해 본 학생 수는? [배점 4, 중중]

① 20 명

② 21 명

③ 22 명

④ 23 명

⑤ 24 명

해설

$$\begin{aligned}n(U) &= 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4 \text{ 이다. } n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31, \\n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 12 - 31 = 9 \text{ 이다.} \\n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 31 - 9 = 22 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여
다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\}, \{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\}, \{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.