

단원 형성 평가

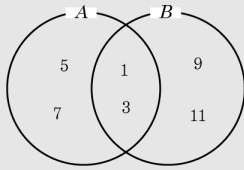
1. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이고 $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$$\therefore B = \{1, 3, 9, 11\}$$

집합 B 의 원소의 합은 $1 + 3 + 9 + 11 = 24$ 이다.

2. 집합 A, B 에 대하여
 $n(A) = 16$, $n(B) = 11$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때,
 $n(A \cap B)$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 11 - 21 = 6 \end{aligned}$$

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} A &= \{5, 10, 15, 20\}, B = \emptyset \text{ 이므로} \\ n(A) - n(B) &= 4 - 0 = 4 \end{aligned}$$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인지 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$\square$ 는 24의 약수이다.
24의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $A \cap A^c = \phi$ ② $A \cup U = U$
③ $\phi^c = U$ ④ $A \cap U = U$
⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

해설

㉔ ‘잘치는’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

6. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 에서 $n(A) = 4$, $n(B) = 6$ 이므로
 $n(A) + n(B) = 10$ 이다.

8. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| ㉑ $\{0\} \subset A$ | ㉒ $\emptyset \subset A$ |
| ㉓ $0 \notin A$ | ㉔ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$ |
| ㉕ $\{1\} \subset A$ | ㉖ $\{0, 1\} \not\subset A$ |

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉑

▶ 정답: ㉖

7. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉑ 4 보다 작은 자연수의 모임
- ㉒ 피아노를 잘 치는 사람의 모임
- ㉓ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
- ㉔ 7 의 배수의 모임
- ㉕ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉑ $\{0\} \not\subset A$
 ㉒ $A \subset \{2, 3, 1\}$

9. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자. 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.

빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 15 - 5$$

$$x = 30$$

그러므로 30 명이다.

10. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(U) = 9, n(A \cup B) = 9 \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = U \dots \textcircled{1}$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 에 의하여

$$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$$

11. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) = \emptyset$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 와 같은 값을 모두 고르면? (정답 3 개)

[배점 5, 중상]

① $n((A \cup B) - n(A \cap B))$

② $n(\emptyset)$

③ $n(B) - n(A)$

④ $n(A)$

⑤ $n(B)$

해설

$$(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$

이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

따라서 $n(A) - n(B) = 0$ 이고,

① $n((A \cup B) - n(A \cap B)) = 0$

② $n(\emptyset) = 0$

③ $n(B) - n(A) = 0$ 이다.

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

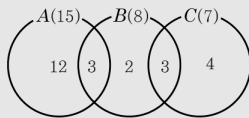
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, n(B \cup C) = 12, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

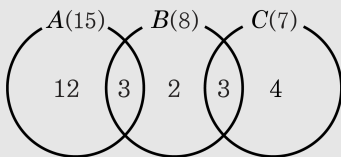
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

14. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}, B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a+2 = 5$ 이다. $\therefore a = 3$

$A = \{3, 6, 5, 10\}, B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서 원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b = 10$ 이다. 따라서 $a+b = 3+10 = 13$ 이다.

15. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 가 있다.

이 때, $X - A = \emptyset, X \cap B = \emptyset$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 개

해설

$$A = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} \\ = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$B = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\} \\ = \{4, 8, 12, 16\}$$

$X - A = \emptyset \Rightarrow X \subset A, X \cap B = \emptyset \rightarrow$ 집합 X 는 원소 4, 8, 12, 16 을 반드시 포함하지 않는다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{9-4} = 32$ (개)