

단원 형성 평가

1. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$A = B$ 이므로

$$a + b + c + d = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

2. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b + 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$b + 5 = 12 \text{ 이므로 } b = 7, a = 15$$

$$\therefore a - b = 15 - 7 = 8$$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

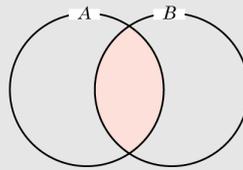
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

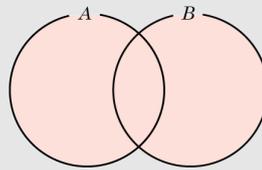
① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

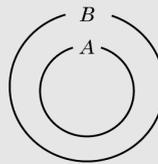
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 15개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 짝수를 제외한 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
 원소가 0 개인 부분집합 : \emptyset
 원소가 1 개인 부분집합 : $\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}$
 원소가 2 개인 부분집합 : $\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}$
 원소가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$
 원소가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}$
 이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 홀수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합이 아니다.
 따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 갯수는 15 개이다.

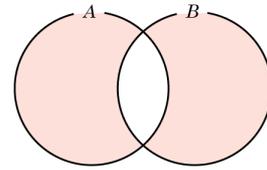
5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } \{1, 2, 4\} \text{의 부분집합}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
 [배점 4, 중중]

- ① \emptyset ② $\{2, 4\}$ ③ $\{\emptyset\}$
 ④ $\{1, 2, 4\}$ ⑤ $\{\{1, 2\}\}$

해설

$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$

6. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 6, 9, 10, 13\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 모든 원소의 합을 구하여라.



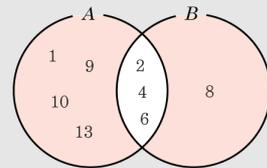
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 8, 9, 10, 13\}$ 이다.
 따라서 모든 원소의 합은 $1 + 8 + 9 + 10 + 13 = 41$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n\text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

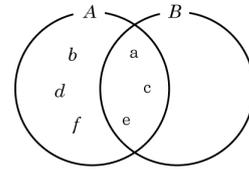
해설

$2^k = 256 = 2^8 \therefore k = 8$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분 집합의 수는 8 개이다.

$2^{(n\text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \therefore n = 4$

9. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $\{a, b, c, d, e\}$
- ② $\{a, c, d, e, g\}$
- ③ $\{b, d, e, f, g\}$
- ④ $\{a, c, d, e, g\}$
- ⑤ $\{a, c, e, g, h\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{a, c, e\}$ 을 포함하여야 한다.

그러나 A 집합에만 존재하는 원소 b, d, f 는 들어 갈 수 없다.

- ① b, d 가 포함되어서 옳지 않다.
- ② d 가 포함되어서 옳지 않다.
- ③ b, d, f 가 포함되어서 옳지 않다.
- ④ d 가 포함되어서 옳지 않다.

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.
- ② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.
- ③ $B - A = B \cap A^c$
- ④ $A \cap \emptyset^c = A$
- ⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

- ② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.
- ④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$
- ⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

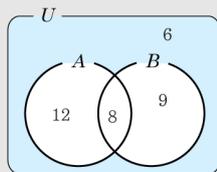
11. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



12. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1, x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

, $a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$$

13. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B)^C = \{a, b, c\}$, $(A - B) \cap (A \cup B)^C = \{c\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 1

해설

$U = \{a, b, c, d, e\}$ 이고 $(A \cap B)^c = \{a, b, c\}$ 이므로

$$\begin{aligned}
A \cap B &= \{b, d\}, \\
(A - B) \cap (A \cup B^c) &= (A - B) \cap (A^c \cap B)^c \\
&= (A - B) - (B - A) \\
&= A - B \\
&= \{c\} \\
\therefore n(A - B) &= 1
\end{aligned}$$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A = \{a, b, d, e\}$, $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{a, c, f\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32 개

해설

$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{a, c, f\}$
 이때, $a \in A$ 이므로 $B - A = \{c, f\}$
 또, $A - ((A - B) \cup (B - A)) = A \cap B$ 이므로,
 $A \cap B = \{b, d, e\}$ 이고,
 $(B - A) \cup (A \cap B) = B = \{b, c, d, e, f\}$
 따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

15. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,

5 는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.

(1) 1 과 5 는 포함되고, 2, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(2) 2 와 5 는 포함되고, 1, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(3) 3 과 5 는 포함되고, 1, 2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)