단원 형성 평가

1. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

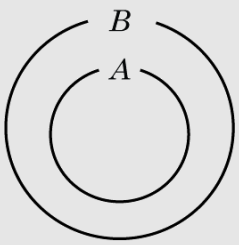
① $A \cap B = \varnothing$ ② $A \cup B = U$

③ $B \subset A^c$ ④ $A - B = \varnothing$

⑤ $B \cap A^c = \varnothing$

해설

$A \cap B = A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

③ $B \not\subset A^C$

⑤ $B \cap A^C \neq \varnothing$

2. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는? [배점 3, 중하]

① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명

④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30$, $n(A) = 21$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

3. $n(\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}) - n(\{1,\ 5,\ 7\}) + n(\{0, \varnothing\})$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$n(\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}) - n(\{1,\ 5,\ 7\}) + n(\{0,\ \varnothing\})$

$= 4 - 3 + 2 = 3$

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
$\{2,\ 4,\ 6\}, \{2,\ 4,\ 8\}, \{2,\ 6,\ 8\}, \{4,\ 6,\ 8\}$ 4 개

5. 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 $n(A) = 25,\ n(B) = 16,\ A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,
$n(A \cup B) = n(A) = 25$,
$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$
$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

6. 집합 $A = \{x \mid x$는 n보다 큰 3의 배수$\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3 의 배수 3, 6, 9, 12, ⋯ 에서 9 는 포함하지 않고 12 는 포함하므로 $n = 9,\ 10,\ 11$ 이다.

7. 집합 $A = \left\{x \middle| x = \frac{30}{n},\ x$와 n은 모두 자연수$\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.
$n = 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 10,\ 15,\ 30$ 일 때,
$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 10,\ 15,\ 30\}$
$\therefore\ n(A) = 8$

8. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.

㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.

㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.

㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.

㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임

㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임

㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉡ '좋은' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉢ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉤ '비교적' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉥ '아름다운' 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

9. 두 집합 $A = \{x|x$는 이상 15 이하의 자연수$\}$, $B = \{x|x$는 12 이상 18 미만의 3의 배수$\}$에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$X \subset A, \quad B \subset X, \quad n(X) = 4$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$B = \{12, 15\}$

$X \subset A$, $B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$

$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 집합이므로

$\{10, 11, 12, 15\}$, $\{10, 12, 13, 15\}$,

$\{10, 12, 14, 15\}$, $\{11, 12, 13, 15\}$,

$\{11, 12, 14, 15\}$, $\{12, 13, 14, 15\}$의 6개이다.

10. $n(\{0, \varnothing, \{0,2\}, \{1\}\}) \times n(\{0,1\}) - n(\varnothing)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$n(\{\{0\}, \varnothing, \{0,2\}, \{1\}\}) \times n(\{0,1\}) - n(\varnothing) = 4 \times 2 - 0 = 8$

11. 집합 $S = \{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b,\ c,\ d\} \in S$

㉣ $c \in S,\ d \in S$

㉤ $\{c,\ d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는
$\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 가 된다.
㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
㉢ $\{b,c,d\} \in S \rightarrow b,c,d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b,c,d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉤ $\{c,d\} \subset S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c,d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a,b,c,d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

12. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1,2,4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

[배점 5, 상하]

① $\varnothing \in 2^A$ ② $\varnothing \subset 2^A$ ③ $\{\varnothing\} \in 2^A$

④ $\{\varnothing\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A의 부분집합은 $\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{1,2,4\}$ 이다.
따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{1,2,4\}\}$ 이다.
③ $\{\varnothing\} \notin 2^A$

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x \mid k < x \leq 20k$인 자연수$\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A_1 = \{2,3,\cdots,20\}$
$A_2 = \{3,4,\cdots,40\}$
$A_3 = \{4,5,\cdots,60\}$
$\vdots$
$A_{10} = \{11,12,13,\cdots,200\}$
$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10} = \{11,12,\cdots,20\}$
$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10}) = 10$

14. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

(1) $B \subset A$
(2) B 의 원소의 개수는 3 개 이하이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
원소의 개수가 3 이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 :
$\{1\},\ \{2\},\ \{3\},\ \{4\},\ \{6\},\ \{12\}$
원소가 2 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2\},\ \{1,\ 3\},\ \{1,\ 4\},\ \{1,\ 6\},\ \{1,\ 12\},$
$\{2,\ 3\},\ \{2,\ 4\},\ \{2,\ 6\},\ \{2,\ 12\},\ \{3,\ 4\},$
$\{3,\ 6\},\ \{3,\ 12\},\ \{4,\ 6\},\ \{4,\ 12\},\ \{6,\ 12\}$
원소가 3 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2,\ 3\},\ \{1,\ 2,\ 4\},\ \{1,\ 2,\ 6\},\ \{1,\ 2,\ 12\},$
$\{1,\ 3,\ 4\},\ \{1,\ 3,\ 6\},\ \{1,\ 3,\ 12\},\ \{1,\ 4,\ 6\},$
$\{1,\ 4,\ 12\},\ \{1,\ 6,\ 12\},\ \{2,\ 3,\ 4\},\{2,\ 3,\ 6\},$
$\{2,\ 3,\ 12\},\{2,\ 4,\ 6\},\{2,\ 4,\ 12\},\{2,\ 6,\ 12\},$
$\{3,\ 4,\ 6\},\{3,\ 4,\ 12\},\{3,\ 6,\ 12\},\{4,\ 6,\ 12\}$

15. 세 집합 $A = \{x|x$는 10보다 작은 소수$\}$, $B = \{x|x$는 7로 나누어 나머지가 6인수$\}$,
$C = \{x|x$는 두 자리의 홀수$\}$ 가 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합일 때, $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$,
$B = \{6, 13, 20, 27, 34, \cdots\}$,
$C = \{11, 13, 15, 17, \cdots, 99\}$ 이므로,
$B - A = B$
$(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$
$= (A \cup B) \cup (C \cap C^c) - (B - A)$
$= (A \cup B) - B$
$= \{2, 3, 5, 7\}$