

단원 종합 평가

1. $n(\{x|x \text{는 옷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

옷놀이의 명칭은 '도, 개, 걸, 옷, 모' 의 5개이고, $n(\{0\}) = 1$, $n(\emptyset) = 0$ 이므로 $n(\{x|x \text{는 옷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset) = 5 + 1 - 0 = 6$ 이다.

2. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$, $n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$

3. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 중하]

- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{3, 4, 5\}$ ③ $\{3\}$
 ④ $\{\{7\}\}$ ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

4. 두 집합 $A = \{6, a, 3, b, 2\}$, $B = \{5, c, 3, d, 7\}$ 이 서로 같을 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

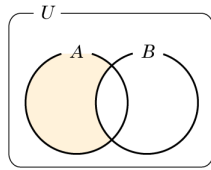
▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$A = B$ 이므로
 $\{6, a, 3, b, 2\} = \{5, c, 3, d, 7\}$
 이 중 3 은 공통이므로 제외하면
 $a = 5, b = 7$ 또는 $a = 7, b = 5$
 따라서 $a + b = 12$
 $c = 2, d = 6$ 또는 $c = 6, d = 2$
 따라서 $c + d = 8$
 $\therefore a + b + c + d = 20$

5. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



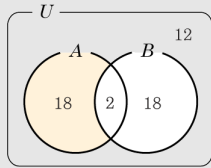
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 18 개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18이다.



6. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$$

$$n(A - B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$$

$$n(A \cup B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, B = \{2, 3\}$$

집합 X 는 원소 2와 3을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는

$$2^{6-2} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

8. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수는?

$$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$$

$$A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
④ 9개 ⑤ 10개

해설

$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 2, 5를 포함하고, 원소 3, 4는 포함하지 않는다.
 $A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 1을 포함한다.
 $\therefore A = \{1, 3, 4\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
 ⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

10. 두 집합 $A = \{a, 5, a+6\}$, $B = \{x | x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 에서 $A \cap B = \{1, 7\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$1 \in A$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a+6 = 1$ 이다.
 (i) $a = 1$ 이면 $A = \{1, 5, 7\}$, $A \cap B = \{1, 7\}$ 이다.
 $\therefore a = 1$
 (ii) $a + 6 = 1$ 즉, $a = -5$ 이면 $A = \{-5, 1, 5\}$, $A \cap B = \{1\}$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
 그러므로 $a = 1$ 이다.

11. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라.

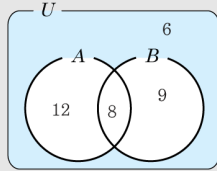
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



12. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 90

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 원소가 3 개인 부분집합은

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$ 의 10 개이고,

이 부분집합들에는 집합 A 의 원소가 6 개씩 들어 있으므로, $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 6 = 90$ 이 된다.

14. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,

$n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

15. 집합 $A_n = \{x | 2n - 1 \leq x \leq 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10})$ 의 값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$A_3 = \{x | 5 \leq x \leq 7\} ,$$

$$A_4 = \{x | 7 \leq x \leq 9\} ,$$

$$A_5 = \{x | 9 \leq x \leq 11\} ,$$

$\vdots$

$$A_{10} = \{x | 19 \leq x \leq 21\} ,$$

$$A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10} = \{x | 5 \leq x \leq 21\} ,$$

$$\therefore n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10}) = 17$$