단원 형성 평가

1. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
$\{2\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 의 의미는 $\{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면
$\{2\}, \{1,\ 2\}, \{2,\ 4\}, \{2,\ 6\}, \{1,\ 2,\ 4\}, \{1,\ 2,\ 6\}, \{2,\ 4,\ 6\}, \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 이므로 개수는 8 개 이다.

2. 두 집합 $A = \{3,\ 7,\ 9\}$, $B = \{7,\ 3,\ a+2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

두 집합이 서로 같으려면 $a+2 = 9$ 이어야 하므로 $a = 7$

3. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{a, c, e\}$

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $0 \in \{0, 1\}$ ② $3 \in \{2, 5\}$
③ $5 \notin \{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{1\} \in \{1, 5, 9\}$
⑤ $12 \in \{1, 2, 9, 18\}$

해설

② $3 \notin \{2, 5\}$
③ $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$
④ $\{1\} \subset \{1, 5, 9\}$
⑤ $12 \notin \{1, 2, 9, 18\}$

5. 두 집합 $A = \{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B = \{a,\ c,\ e,\ f\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 하상]

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개
④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{a,\ c\} \subset X \subset \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ 이므로
집합 X 는 $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 원소로 갖는 집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개) 이다.

6. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

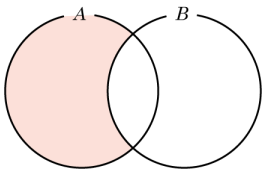
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 15 - 6 = 29$ 이므로

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 6 = 23$ 이다.

7. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.

보기

$n(A) = 25, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12$



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

색칠한 부분은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 25 - 12 = 13$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

① $A = \{x | x$는 짝수$\}$ 이면 A 는 유한집합이다.

② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.

③ $C = \{x | x$는 $2 < x < 4$인 짝수$\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.

④ $D = \{x | x$는 6보다 작은 2의 배수$\}$ 이면 $D = \varnothing$ 이다.

⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x | x$는 짝수$\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

③ $C = \{x | x$는 $2 < x < 4$인 짝수$\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x | x$는 6보다 작은 2의 배수$\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

9. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$의 부분집합을 모두 골라라.

㉠ $\{1\}$	㉡ $\{1,\ 4\}$
㉢ $\{4,\ 10\}$	㉣ $\{4,\ 8\}$
㉤ $\{8,\ 10\}$	㉥ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

집합 A를 원소나열법으로 나타내면
$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이고, 부분집합을 구하면
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 8\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 8\}$, $\{4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 8\}$, $\{2,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이다.
따라서 $10 \notin A$이므로 부분집합은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥이다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$를 만족하는 집합 X의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$
$A \cap B = \{1,\ 3,\ 5\}$
$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$
$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X의 개수는
$\{1,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$의 8개이다.

11. 전체집합 U의 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 19$, $n(B) = 27$이고 $n((A \cup B)^c) = 3$일 때, $n(A^c \cup B)$를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$n(A \cup B) = = n(U) - n(A \cup B)^c$$
$$= 40 - 3$$
$$= 37$$
$n(A \cap B) = 46 - 37 = 9$
$n(A^c \cup B) = 40 - 10 = 30$

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 $4 \le x \le 8$인 자연수$\}$의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 부분집합은
$\{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 5, 8\}, \{4, 6, 7\}, \{4, 6, 8\}, \{4, 7, 8\}, \{5, 6, 7\}, \{5, 6, 8\}, \{5, 7, 8\}, \{6, 7, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 10 이다.

13. 어느 학급에서 어느 날 갑자기 교과서를 검사하였더니 영어 책을 가져 온 학생이 15 명이고, 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생이 8 명, 영어 책 또는 수학 책을 가져 온 학생이 55 명이었다. 수학 책을 가져 온 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 48 명

해설

영어 책을 가져 온 학생을 집합 A 라 하고, 수학 책을 가져 온 학생을 B라고 하자.
그렇다면 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생은 $A \cap B$ 가 된다.
수학 책을 가져 온 학생, 즉 $n(B)$ 를 구하는 것이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$55 = 15 + x - 8$
그러므로 x는 48이다.

14. 전체집합 $U = \{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x$는 6의 약수$\}, B = \{2, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 4, 중중]

① $n(A \cap B) = 2$ ② $n(B^c) = 4$

③ $n(A - B) = 2$ ④ $n(B \cap A^c) = 3$

⑤ $n((A \cup B)^c) = 2$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5, 8\}$ 이므로
④ $n(B \cap A^c) = 2$ 이다.

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x$는 4의 약수$\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4\}$

$1\times1 = 1,\ 1\times2 = 2,\ 1\times4 = 4,\ 2\times1 = 2,\ 2\times2 = 4,\ 2\times4 = 8,\ 3\times1 = 3,\ 3\times2 = 6,\ 3\times4 = 12$

이므로

$A \times B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12\}$

$\therefore\ n(A \times B) = 7$