단원 형성 평가

1. 전체 집합 $U = \{1,2,3,5,6,8,9,10\}$ 의 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1,3,5\}, (A \cap B)^c = \{5,8,9,10\}, (A \cup B)^c = \{5,8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $B = \{1,2,3,9,10\}$

② $A - B = \{6\}$

③ $A \cap B = \{1,2,3\}$

④ $B^c = \{5,6,8\}$

⑤ $B \cap A^c = \{8,9,10\}$

해설

⑤ $B \cap A^c = \{9,10\}$ 이다.

2. 1 부터 20 까지의 자연수 중 2 의 배수이지만 3 의 배수가 아닌 수의 개수는? [배점 3, 하상]

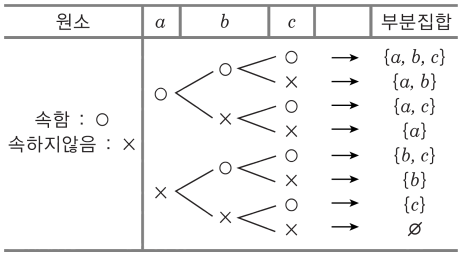
① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개

④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 6, n(A \cap B) = 3$ 이다.
따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

3. 집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합을 구하는 과정이다.
원소 a, b, c 중에서 원소를 골라 부분집합을 만들 때, 각 원소는 부분집합에 속하거나, 속하지 않는 2 가지 경우가 생기므로 다음 그림과 같이 구할 수 있다.



이와 같은 방법으로 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

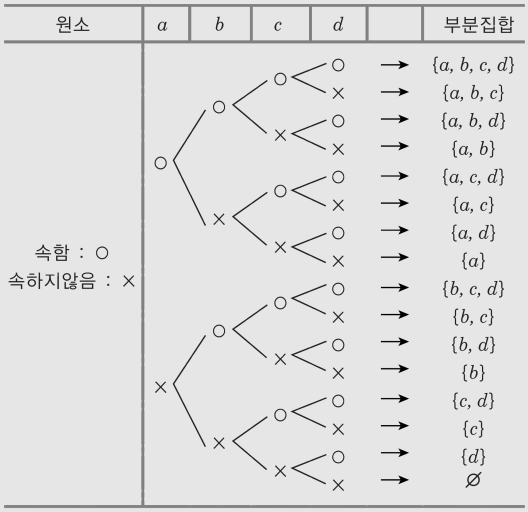
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수를 구해보면 다음과 같다.



따라서 부분집합의 개수는 16 개 이다.

4. 두 집합 $A=\{12,\ a,\ b\}$, $B=\{7,\ 15,\ b+5\}$ 에 대하여 $A\subset B$, $B\subset A$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$b+5=12$ 이므로 $b=7, a=15$

$\therefore\ a-b=15-7=8$

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 중하]

① $\{a,b,c\}\cap\varnothing=\varnothing$

② $\{$피, 아, 노$\}\cup\{$피, 노, 키, 오$\}=$ $\{$피, 아, 노, 키, 오$\}$

③ $\{\spadesuit,\ \clubsuit,\ \heartsuit,\ \heartsuit\}\cap\{\clubsuit,\ \star\}=$ $\{\spadesuit,\ \clubsuit,\ \heartsuit,\ \heartsuit,\ \star\}$

④ $\{x|x$는 10 이하의 홀수$\}\cap\{1,2,5\}=\{1,2,5\}$

⑤ $\{x|x$는 12 의 약수$\}\cap\{x|x$는 18 의 약수$\}=$ $\{x|x$는 6 의 약수$\}$

해설

⑤ $\{x|x$는 □ 의 약수$\}\cap\{x|x$는 △의 약수$\}=\{x|x$는 ○ 의 약수$\}$ 일 때, ○는 □, △ 의 최대 공약수이다.

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(\{0\})=1$

② $\{a,\ b\}\in\{a,\ b,\ c\}$

③ $\varnothing\in\{1,\ 2,\ 3\}$

④ $n(\{0\})<n(\{1\})$

⑤ $n(\{1,\ \{2,\ 3\},\ 4,\ 5\})=4$

해설

② $\{a,\ b\}\subset\{a,\ b,\ c\}$

③ $\varnothing\subset\{1,\ 2,\ 3\}$

④ $n(\{0\})=n(\{1\})=1$

7. 집합 $A=\left\{x\mid x=\frac{4}{n},\ n$은 8의 약수$\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(A)=4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.

③ $8\in A$

④ $A\subset\{1,2,4,8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\}$ 이므로

$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4,\ 2,\ 1,\ \frac{1}{2}\right\}$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$

③ $8 \notin A$

④ $A \not\subset \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

8. 집합 $A = \{x \mid x$는 14 이하의 2의 배수$\}$ 중 원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 96 개

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14\}$

원소 2 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{7-1} = 64$ (개)

원소 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{7-1} = 64$ (개)

원소 2, 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{7-2} = 32$ (개)

원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$64 + 64 - 32 = 96$ (개)

9. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U, 개를 키우는 학생의 집합을 A, 고양이를 키우는 학생의 집합을 B라 하면

$n(U) = 36,\ n(A) = 15,\ n(B) = 18$

$n(A - B) = 8$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로

$8 = 15 - n(A \cap B),\ n(A \cap B) = 7$

$n(A \cup B)$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

10. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

$n(U)=40, n(A)=26, n(B)=23$
$n(A\cup B)=40-3=37$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ 이므로
$37=26+23-n(A\cap B)$ 이다.
따라서 $n(A\cap B)=12$ 이다.

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

① $A\subset B$, $B\subset C$ 이면 $A\subset C$ 이다.

② $A\subset B$, $B=C$ 이면 $A\subset C$ 이다.

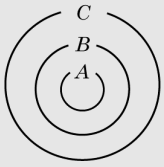
③ $A\subset B$, $B\subset C$ 이면 $A=B$ 이다.

④ $A\subset B$, $B\subset C$, $C\subset A$ 이면 $A=C$ 이다.

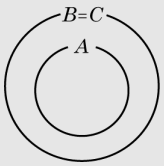
⑤ $A\subset B\subset C$ 이면 $n(A)<n(B)<n(C)$ 이다.

해설

①



②



③ 예를 들면 $A=\{1\}$, $B=\{1,2\}$, $C=\{1,\ 2,\ 3\}$ 이면, $A\subset B$, $B\subset C$ 이지만 $A\neq B$
④ $A\subset B$, $B\subset C$, $C\subset A$ 이면, $A=B=C$
⑤ $A\subset B\subset C$ 이면, $n(A)\leq n(B)\leq n(C)$

12. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 2a-5,\ 5\}$,$B=\{0,\ b+3,\ 3\}$ 에 대하여 $A\cup B=\{-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $A\cap B=\{0,\ 3\}$ 이기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=4$

▷ 정답: $b=-1$

해설

$A\cap B=\{0,\ 3\}$ 이므로 $3\in A$
따라서 $2\times a-5=3$, $a=4$
$A=\{-1,\ 0,\ 3,\ 5\}$, $A\cup B=\{-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 5\}$
이므로 $2\in B$,
$b+3=2$, $b=-1$
$\therefore a=4$, $b=-1$

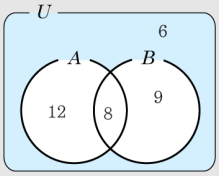
13. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20 명, 체육을 좋아하는 학생이 17 명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8 명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15 명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6 명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



14. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.
다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

> 두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.

15. $n(\{0, \varnothing, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\varnothing)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$n(\{\{0\}, \varnothing, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\varnothing) = 4 \times 2 - 0 = 8$