

단원 종합 평가

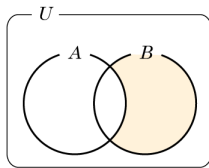
1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.
- ② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.
- ④ $D = \{x|x \text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.
- ⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x|x \text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

4. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉢ ‘가까운’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘유명한’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

5. 두 집합 $A = \{3, 6, 9, a+1\}$, $B = \{b-2, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로
 $a+1 = 12$, $a = 11$
 $b-2 = 3$, $b = 5$
 $\therefore a+b = 11+5 = 16$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(\{0\}) = 1$
- ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
- ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

7. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A)+n(B)+n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

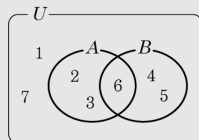
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때,
 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
 ④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



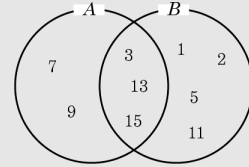
9. 집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 7, 9, 13, 15\}, A \cap B = \{3, 13, 15\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 일 때,
 $n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{3, 7, 9, 13, 15\}, A \cap B = \{3, 13, 15\},$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 이므로 벤
 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $B = \{1, 2, 3, 5, 11, 13, 15\}$ 이고, 집합
 B 의 원소의 개수는 7 개이다.

10. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고
 양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이
 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집
 합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$
 $n(A - B) = 8$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

11. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$

12. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\},$

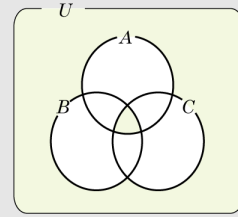
$C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \triangle B) \cap (A \triangle C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A \triangle B) \cap (A \triangle C)) = 1 + 21 = 22$$

13. $U = \{x \mid 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$$

$$= n((A - B) \cup (B - A))$$

$$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.}$$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은
 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

15. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x \mid k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 $\vdots$
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$