

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$
- ③ $n(\{1234\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ⑤ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

해설

- ①, 0
- ②, 1

2. 청산중학교 1학년 어떤 반에서 수학을 좋아하는 학생이 18명, 과학을 좋아하는 학생 12명, 수학 또는 과학을 좋아하는 학생이 23명이다. 수학과 과학을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 과학을 좋아하는 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 수학 또는 과학을 좋아하는 학생은 $A \cup B$ 가 된다.

수학과 과학을 모두 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$23 = 18 + 12 - x$$

그러므로 x 는 7이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 18$, $n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

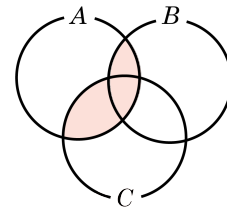
▶ 답:

▶ 정답: 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고, $A \cup B = B$ 이다.
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$

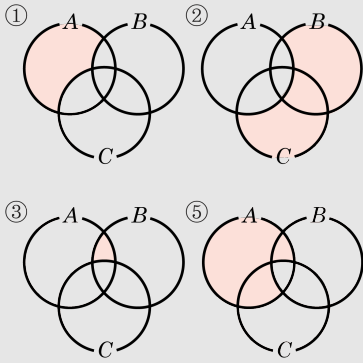
4. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - (B \cup C)$
- ② $(B \cup C) - A$
- ③ $(A \cap B) - C$
- ④ $A \cap (B \cup C)$
- ⑤ $A - (B \cap C)$

해설



5. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$
 $n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로
 $37 = 26 + 23 - n(A \cap B)$ 이다.
 따라서 $n(A \cap B) = 12$ 이다.

6. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9 명

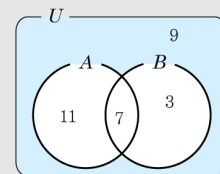
해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 18 + 10 - 7$
 $= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9 \text{ (명)}$$

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9 명 이다.

7. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

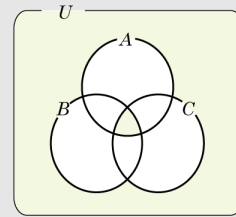
8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분 집합
 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \triangle B) \cap (A \triangle C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

$(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A \triangle B) \cap (A \triangle C)) = 1 + 21 = 22$$

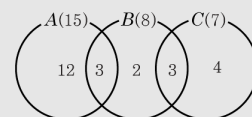
9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A \cup B) = 38$, $n(A \cap B) = 9$, $n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\ &= 38 - 9 - 16 \\ &= 13 \\ n((A - B)^C) &= n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37 \end{aligned}$$

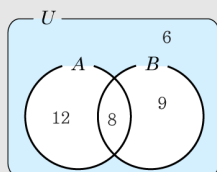
11. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



12. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

13. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면,
 집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.
 따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$
 이므로 $n(C) = 8$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$,
 $B = \{6, 13, 20, 27, 34, \dots\}$,
 $C = \{11, 13, 15, 17, \dots, 99\}$ 이므로,
 $B - A = B$
 $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$
 $= (A \cup B) \cup (C \cap C^c) - (B - A)$
 $= (A \cup B) - B$
 $= \{2, 3, 5, 7\}$

14. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}$, $B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에
 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a+2 = 5$
 이다. $\therefore a = 3$
 $A = \{3, 6, 5, 10\}$, $B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서
 원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b = 10$ 이다.
 따라서 $a+b = 3+10 = 13$ 이다.

15. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 7 \text{로 나누어 나머지가 } 6 \text{인수}\}$,
 $C = \{x | x \text{는 두 자리의 홀수}\}$ 가 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합일 때, $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$ 를 원소나열법으로 나타내어라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 3, 5, 7\}$