

실력test

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 4 \text{의 배수}\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$, $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 일 때 집합 B 를 구하면? [배점 3, 하상]

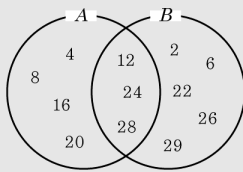
- ① $\{2, 6, 12, 24, 28\}$
 ② $\{2, 6, 22, 26, 29\}$
 ③ $\{2, 4, 6, 8, 22, 26, 29\}$
 ④ $\{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$
 ⑤ $\{2, 4, 6, 8, 12, 24, 28, 29\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ 이 된다.

$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $B = \{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 가 된다.

2. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \cap A^c = A - B$ ② $A \cap U = U$
 ③ $A^c = U - A$ ④ $A \cap \emptyset = U$
 ⑤ $A \cup U = A$

해설

- ① $B \cap A^c = B - A$
 ② $A \cap U = A$
 ④ $A \cap \emptyset = \emptyset$
 ⑤ $A \cup U = U$

3. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\} = \{0\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$
 ③ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ④ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$
 ⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
 ③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 홀수}\}$

4. 세 집합

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 를 구하여라. [배점 3, 중하]}$$

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset$ 이므로

$$n(A) = 0,$$

$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$$n(B) = 4,$$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$$n(C) = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{3, 4, a+2\}$, $B = \{b+1, 5, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 7\}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

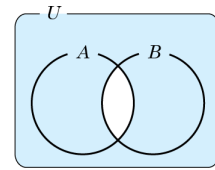
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$(A \cap B) \subset A$ 이고 $(A \cap B) \subset B$ 이므로

$$a+2=7, b-1=2 \text{ 이므로 } a=5, b=3, a+b=5+3=8 \text{ 이다.}$$

6. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 12 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

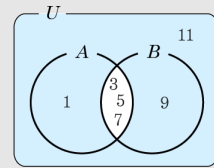


[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3, 5\}$ ② $\{1, 5, 7\}$ ③ $\{1, 8, 9\}$
④ $\{1, 5, 11\}$ ⑤ $\{1, 9, 11\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{1, 9, 11\}$ 이다.



7. 미영이네 반 학생 38 명은 국어, 수학 문제를 푸는데 국어 문제를 푼 학생이 20 명, 수학 문제를 푼 학생이 25 명, 두 문제를 모두 풀지 못한 학생이 5 명이 있다. 국어 문제만 푼 학생을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8명

해설

$n(U) = 38, n(A) = 20, n(B) = 25$
 $n(A \cup B) = 38 - 5 = 33$ 이다.
 $n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 33 - 25 = 8$
 이다.

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $n(U) = 9, n(A \cup B) = 9$ 이므로
 $A \cup B = U \dots \textcircled{1}$
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$
 ① 과 ② 에 의하여
 $B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

9. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 모두 구하여 원소나열법으로 나타내어라.

- ㉠ 모든 원소는 20 이하의 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 3 \in A$
 ㉢ $a \times b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18\}$

해설

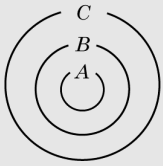
$2 \in A, 3 \in A$ 이고, 모든 원소는 20 이하의 자연수이므로
 $2 \times 2 = 4 \in A, 2 \times 3 = 6 \in A$
 $3 \times 3 = 9 \in A, 3 \times 4 = 12 \in A, 3 \times 6 = 18 \in A$
 $4 \times 2 = 8 \in A, 4 \times 4 = 16 \in A$

10. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

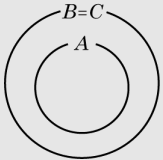
- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
 ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
 ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①



②



③ 예를 들면 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면, $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

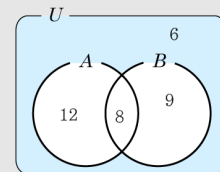
12. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A$ 를 표현한 것이 아닌 것은? [배점 5, 상하]

- ① $(A \cup B) - A$ ② $B \cap A^c$
 ③ $A^c - B^c$ ④ $A \cap B^c$
 ⑤ $B - (A \cap B)$

해설

$B - A = B \cap A^c = B - (A \cap B) = (A \cup B) - A = A^c - B^c$ 이므로 ④이다.

14. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각
 $A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$,
 $B = \{x | x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의
 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\} \\ B &= \{x | x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\} \\ (A^c \cup B)^c &= A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ \text{이므로} \\ n(A^c \cup B)^c &= 7 \end{aligned}$$

15. 자연수 N 에 대해 $A_N = \{x | x \text{는 } N \text{보다 작은 소수}\}$
 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때,
 N 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

A_N 의 진부분집합의 개수 : 15 개
 $\rightarrow A_N$ 의 부분집합의 개수 : 16 개
 $\rightarrow 2^{n(A_N)} = 16, n(A_N) = 4$,
 A_N 은 N 보다 작은 소수를 원소로 가지므로 원
 소의 개수가 4 개가 되려면 $A_N = \{2, 3, 5, 7\}$,
 따라서 N 의 최솟값은 8 , 최댓값은 11 이므로 N
 의 최댓값과 최솟값의 합은 19