실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{1,3,5,7\}, B = \{1,3,8\}$ 일 때, $(A-B) \subset X$, $X - A = \varnothing$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 하상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

$(A-B) \subset X \subset A$,즉 $\{5,\ 7\} \subset X \subset \{1,3,5,7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

2. 세 집합 A, B, C 에 대하여
$A = \{x|x$는 8의 약수$\}$,
$B = \{x|x$는 10보다 작은 자연수$\}$,
$C = \{x|x$는 한 자리 짝수인 자연수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \subset B$
④ $A \not\subset B$ ⑤ $A = C$

해설

$A = \{1,2,4,8\}$, $B = \{1,2,3,\cdots,9\}$,
$C = \{2,4,6,8\}$ 이므로
$C \subset B$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{2,4,6\}$, $B = \{2,6,9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

집합X 는 원소 2, 6 을 포함하는$A \cup B = \{2,\ 4,\ 6,\ 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2,\ 4,\ 6,\ 9\}$ 에서 원소 2, 6 를 뺀 $\{4,\ 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A)+n(B)$ 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x$는 20의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 110 미만인 5의 배수$\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{1,2,4,5,10,20\}$, $B = \{5,10,15,20,\cdots,105\}$ 이므로
$n(A) = 6,\ n(B) = 21$
$\therefore n(A)+n(B) = 27$

5. 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

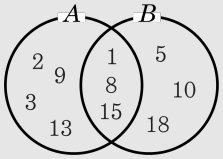
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $A = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 개수는 7 개이다.

6. 전체집합 $U = \{x | x$는 6 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A - B = \{1\}, B - A = \{3\}$, $A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 4, 중중]

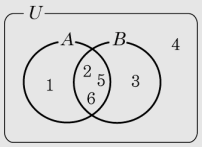
① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 5\}$

③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{1, 2, 5, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A^c \cap B^c = \{4\} = (A \cup B)^c$ 이므로 집합 $A = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.



7. 교내 미술대회에 우리 반 35 명의 학생 중 풍경화를 제출한 학생이 19 명이고 , 정물화를 제출한 학생은 15 명이다. 아무것도 제출하지 않은 학생은 3 명일 때, 풍경화와 정물화를 모두 제출한 학생 수는?

[배점 4, 중중]

① 1 명 ② 2 명 ③ 3 명

④ 4 명 ⑤ 5 명

해설

$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 15$
$n(A \cup B) = 35 - 3 = 32$ 이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로
$32 = 19 + 15 - n(A \cap B)$ 이다.
따라서 $n(A \cap B) = 2$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{x | x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, 다음 중 집합 B 의 부분집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)

보기

㉠ $A \cap B = \{1, 5\}$

㉡ $A - B = \{2, 6\}$

㉢ $(A \cup B)^c = \{8, 9, 10\}$

[배점 4, 중중]

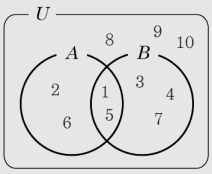
① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 4\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$ ④ $\{1, 3, 4, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 이다.
따라서 B 의 부분집합이 아닌 것은 ③, ⑤이다.



9. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 1을 제외한 4의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 20 이하의 짝수$\}$, $X = \{2, 4, 6, \cdots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는? [배점 5, 중상]

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.
따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)
$B = \{2, 4, 6, \cdots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)
$\therefore 20 - 4 = 16$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 48 의 약수 중 한 자리수$\}, B = \{x \mid x$는a보다 작은 자연수$\}$ 에 대하여 $n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$가 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

11. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

㉠ $X \subset A$	㉡ $2 \in X$
㉢ $n(X) \leq 3$	

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
집합 X 는 2 를 원소로 갖고 원소의 개수가 3 개 이하인 A 의 부분집합이므로
$\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$
의 11 개이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \varnothing$ 일 때, $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $B = \{1, 2, 3, 6, 8\}$

② $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

④ $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \varnothing$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B 에 속한다.

13. $A = \{1, 2, 4\}$ 에 대하여
$B = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in A\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 상하]

① $5 \notin B$ ② $8 \in B$ ③ $\{16\} \notin B$

④ $A = B$ ⑤ $A \subset B$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로
$A \subset B$

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 원소가 3 개인 부분집합은

$\{1,\ 2,\ 3\}, \{1,\ 2,\ 4\}, \{1,\ 2,\ 5\}, \{1,\ 3,\ 4\}, \{1,\ 3,\ 5\}, \{1,\ 4,\ 5\}, \{2,\ 3,\ 4\}, \{2,\ 3,\ 5\}, \{2,\ 4,\ 5\}, \{3,\ 4,\ 5\}$ 의 10 개이고,

이 부분집합들에는 집합 A 의 원소가 6 개씩 들어 있으므로, $(1+2+3+4+5)\times 6 = 90$ 이 된다.

15. 전체집합 $U = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A\cap B \neq \varnothing$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은? [배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A\cap B \neq \varnothing$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

(집합 B의 갯수)

= (U의 부분집합의 갯수) −

(A의 원소를 포함하지 않는 U의 부분집합의 갯수)

$= 2^5 - 2^{5-x}$

$= 32 - 2^{5-x} = 24$

$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$

따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.