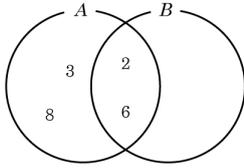


실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 6, 8\}$, $A \cap B = \{2, 6\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3, 6\}$ ② $\{2, 6, 8\}$
 ③ $\{2, 3, 6, 8\}$ ④ $\{2, 6, 9, 10\}$
 ⑤ $\{6, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 6\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3과 8은 들어갈 수 없다.

- ① 3이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 8이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 3, 8이 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 8이 포함되어서 옳지 않다.

2. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{4, 8\}$ ② $\{1, 2, 4, 8\}$
 ③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\} \text{가 된다.}$$

집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는

$$\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\} \text{의 } 5 \text{개이다.}$$

4. $\{1, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)이다.

5. 집합 $A = \{1, 3, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 16 개 ② 8 개 ③ 4 개
- ④ 2 개 ⑤ 1 개

해설

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 $\therefore \{1, 3, 8\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 8\}$
 집합 X 는 원소 1, 3, 8 을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 3, 5, 6, 8\}$ 의 부분집합이다.
 $\therefore 2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9,$$

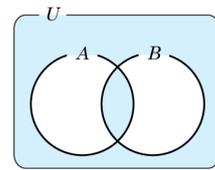
$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41,$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$41 = 24 + n(B) - 15$$

$$\therefore n(B) = 32$$

7. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 30, n(A) = 14, n(B) = 11, n(B \cap A^c) = 7$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



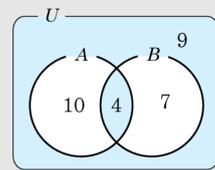
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $4 + 9 = 13$ 이다.



8. 전체집합 U 의 부분집합을 A 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하지 않는 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① $(A^c)^c = A$ ② $A \cup A^c = U$
 ③ $A \cap A^c = A$ ④ $U^c = A$
 ⑤ $\emptyset^c = U$

해설
 ③ $A \cap A^c = \emptyset$
 ④ $U^c = \emptyset$

9. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 골라라.

2, 3, 9, 11, 15, 18

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: 3
 ▷ 정답: 9

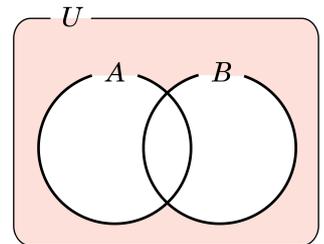
해설
 $A \subset B$ 이면 \square 는 9의 약수이어야 한다. 따라서, \square 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 9 중 하나이며 보기 중에는 3, 9이다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, \square 안에 알맞은 자연수의 개수는 모두 몇 개인가?
[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설
 $A \subset B$ 이면 \square 는 8의 약수이어야 한다. 따라서 \square 는 1, 2, 4, 8의 4개이다.

11. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 12

해설
 색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다. 따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.
 $n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33$ 이므로 $n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12$ 이다.

12. $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일
 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

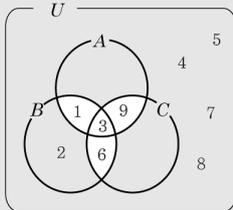
▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로

벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이
 다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

13. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c \cap X^c = \{8\}$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 16개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,

$A^c \cap B^c \cap X^c = (A \cup B)^c - X$

$(A \cup B)^c = \{7, 8\}$ 이므로 X 는 반드시 7 을 원
 소로 가져야 한다.

또, $A - B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $(A - B) \cup X = X \Rightarrow$
 $A - B \subset X$ 이므로

X 는 반드시 1, 2, 3 을 원소로 가져야 한다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

14. 집합 $N = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합
 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것
 을 모두 골라라?

㉠ $A_2 \subset A_4$

㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$

㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$

㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$

㉤ $n(A_4) > n(A_2)$

㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

[배점 5, 상하]

해설

- ㉠ $A_2 \subset A_4 \rightarrow A_4 \subset A_2$
- ㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12} \rightarrow$ 옳다.
- ㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2 \rightarrow A_4 \subset A_2$ 이고 $A_6 \subset A_2$ 이므로 옳다.
- ㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \rightarrow A_6 \cup A_{12} = A_6$ 이므로 옳지 않다.
- ㉤ $n(A_4) > n(A_2) \rightarrow A_4 \subset A_2$ 이므로 옳지 않다.
- ㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \rightarrow 3$ 의 배수에서 4 의 배수인 것을 제외한 집합은, 3 의 배수에서 12 의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.

15. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [매점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때, 집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다. 조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로 집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의 경우가 가능하다.