

단원 종합 평가

1. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \cap B^c = A - B$ ② $A^c = U - A$
 ③ $A \cap \emptyset = A$ ④ $A \cap U = A$
 ⑤ $A \cup U = U$

해설

③ $A \cap \emptyset = \emptyset$

2. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은? [배점 3, 하상]

- ① 3×4 ② $3 + 3 + 3 + 3$
 ③ $4 \times 4 \times 4$ ④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$
 ⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

3. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라. (단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 5명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$
 B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
 A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 12$
 A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34(\text{명})$
 따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 에 대하여
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$
 $A \cap B = \{1, 3, 5\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는
 $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$,
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 4, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 8개이다.

5. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

6. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{5, 10\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{1, 3, 7, 9\}$, $(A - B)^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ 이다. 따라서 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

7. 두 집합 $A = \{5, 7, a+3\}$, $B = \{9, a+5, 2 \times a+2, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{9\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{5, 7, 9\}$ ② $\{5, 7, 11\}$
③ $\{5, 7, 11, 14\}$ ④ $\{5, 7, 11, 13, 16\}$
⑤ $\{5, 7, 11, 14, 16\}$

해설

$A \cap B = \{9\}$ 이므로 $a+3=9, a=6$ 이다. 따라서 $A = \{5, 7, 9\}$, $B = \{9, 11, 14, 16\}$ 이므로 $(A - B) \cup (B - A) = \{5, 7\} \cup \{11, 14, 16\} = \{5, 7, 11, 14, 16\}$ 이다.

8. 100 이하의 자연수 중 5의 배수의 집합을 A , 7의 배수의 집합을 B 라 할 때 5의 배수이거나 7의 배수인 집합의 원소의 갯수는? [배점 4, 중중]

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개
④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

$n(A) = 20$, $n(B) = 14$, $n(A \cap B) = 2$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 14 - 2 = 32$

9. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?
[배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$
③ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

10. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 168 \text{의 소인수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

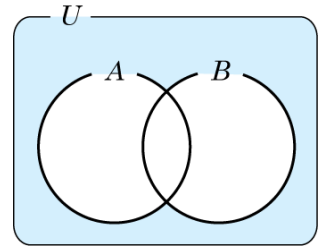
▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

168 을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.
 $A = \{2, 3, 7\}$ 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개)

11. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?

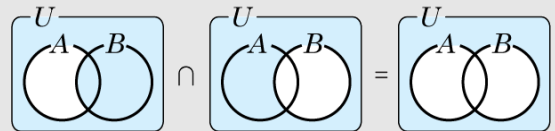


[배점 5, 중상]

- ① $(A \cap B)^c$ ② $A^c \cap B^c$
③ $U - (A \cap B)$ ④ $U - (A \cup B)$
⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$



12. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x | x = 2 \times n + 1, n = 0, 1\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 3\}$
따라서 $C \subset B \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

13. 두 개의 숫자가 보이지 않는 이진법의 수 $10\boxed{}11_{(2)}$ 을 4로 나누었을 때의 나머지를 십진법의 수로 나타내면? [배점 5, 중상]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$10\boxed{}11_{(2)} = 10ab11_{(2)}$ 라 하면
 $10ab11_{(2)} = 1 \times 2^5 + a \times 2^3 + b \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 $1 \times 2^5, a \times 2^3, b \times 2^2$ 는 4의 배수이므로 4로 나누어 떨어진다.
 따라서 4로 나눈 나머지는 $1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$ 이다.

14. 흰 바둑돌을 0, 검은 바둑돌을 1로 하여 이진법의 수를 나타낼 수 있다. 흰 바둑돌 2개와 검은 바둑돌 3개로 나타낼 수 있는 다섯 자리 이진수의 총합을 십진수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 141

해설

다섯 자리 이진수이므로 첫 자리는 항상 검은 바둑돌이 와야 한다.
 따라서 나타낼 수 있는 이진법의 수는
 $11100_{(2)}, 11010_{(2)}, 11001_{(2)}, 10110_{(2)}, 10101_{(2)}, 10011_{(2)}$ 이다.
 위의 수를 십진법의 수로 나타내면,
 28, 26, 25, 22, 21, 19 이다.
 이진법의 수의 총합은 십진법의 수로 고쳐서 총합을 구할 때와 같다.
 $\therefore 28 + 26 + 25 + 22 + 21 + 19 = 141$

15. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (x\text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x\text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다.
 그러므로 3이다.