

# 오답 노트-다시풀기

1.  $3^{90}$ 의 일의 자리의 수를 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

3의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1이 반복되는 것을 알 수 있다.

| 3의 거듭제곱수                                                    | 일의 자리 수  |
|-------------------------------------------------------------|----------|
| $3^1 (=3)$                                                  | 3        |
| $3^2 (=3 \times 3=9)$                                       | 9        |
| $3^3 (=3 \times 3 \times 3=27)$                             | 7        |
| $3^4 (=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$                    | 1        |
| $3^5 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$          | 3        |
| $3^6 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$ | 9        |
| $\vdots$                                                    | $\vdots$ |

90은 4로 나누었을 때 나머지가 2이므로  $3^{90}$ 의 일의 자리의 수는 9이다.

2. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 소인수}\}$  집합  $B = \{x \mid x \text{는 } 156 \text{의 소인수}\}$ 에 대하여  $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$25 = 5^2$ ,  $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로

$A = \{5\}$ ,  $B = \{2, 3, 13\}$

$\therefore n(A) + n(B) = 1 + 3 = 4$

3. 2와 3을 소인수로 갖는 어떤 자연수  $A$ 의 약수의 개수는 18개이다.  $A$ 를 6으로 나눈 수의 약수의 개수가 10개일 때, 어떤 자연수  $A$ 의 최솟값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 288

해설

$A = 2^a \times 3^b$ 라 두면,

$(a+1) \times (b+1) = 18$ 이다.

$A$ 를 6으로 나눈 수  $= 2^{a-1} \times 3^{b-1}$ ,

$a \times b = 10$ ,

따라서,  $a, b$ 가 될 수 있는 값을 순서쌍으로 나타내면,

$(a, b) = (1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)$

이 중  $(a+1) \times (b+1) = 18$ 을 만족하는 순서쌍은  $(2, 5), (5, 2)$  뿐이다.

$\rightarrow A = 972, 288$

자연수  $A$ 의 최솟값은 288이다.

4. 0에서 4까지 쓰인 구슬 5개가 든 주머니에서 처음에 세 개의 구슬을 꺼내서 꺼낸 차례대로 세 자리 수의 오진수를 만들고, 다시 구슬을 주머니에 집어넣는다. 두 번째로 세 개의 구슬을 꺼내서 오진법의 수를 만들었을 때, 이 두 수를 5로 나누면 모두 나머지가 1이 되는 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1}{25}$

**해설**

세 구슬을 꺼내서 만든 오진수를  $abc_{(5)}$  라 두면,  
 $abc_{(5)} = a \times 5^2 + b \times 5 + c \rightarrow a \times 5^2 + b \times 5 + c$   
 에서  $a \times 5^2 + b \times 5$  부분은 항상 5로 나누어지므로,  
 나머지는  $c$ 가 된다.

첫 번째, 두 번째에 1이 나오지 않고 세 번째에 1  
 이 나올 확률은,  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

두 번 연속으로 같은 상황이 되어야 하므로,  $\frac{1}{5} \times$   
 $\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

5. 4719를 3개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라. (단,  $x \times y \times z$ 와  $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12가지

**해설**

$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$   
 따라서,

4719를 3개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수

i) (3, 11, 13)

3개의 인수를 나열하는 방법의 수 =  $3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3개의 인수를 나열하는 방법의 수 = 3

$3 \times 2 = 6$

$\therefore 6 + 6 = 12$ (가지)

6.  $2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 11^{10}$ 을 계산하여 십진법으로 나타낸 수로 바꿀 때, 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0의 개수는? [배점 5, 상하]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

**해설**

십진법으로 나타낼 때 끝자리에서 계속되는 0의 개수는 10의 거듭제곱과 관계가 있다. 즉, 10의 배수가 아닌 자연수  $a$ 에 대하여  $N = a \times 10^n$ 일 때,  $N$ 의 끝자리에서 계속되는 0은  $n$ 개이다.

$$\begin{aligned} & 2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 11^{10} \\ &= 3^3 \times 11^{10} \times (2^4 \times 5^3) \\ &= 3^4 \times 11^{10} \times 2 \times (2^3 \times 5^3) \\ &= 3^4 \times 11^{10} \times 2 \times 10^3 \end{aligned}$$

따라서 끝자리에서 연속되는 0은 3개이다.

7. 영진이네 반 학생 중 가, 나 책을 읽은 학생이 각각 30명, 15명이었고 가, 나 책을 모두 읽은 학생은 8명, 가 책을 읽지 않은 학생은 15명이었다. 이때, 가 책과 나 책을 모두 읽지 않은 학생 수를 구하여라.

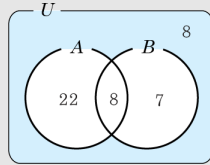
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



8. 집합  $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?. [배점 5, 중상]

- ①  $\emptyset \in A$                       ②  $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$   
③  $n(A) = 5$                       ④  $\{4\} \subset A$   
⑤  $\{6, 8\} \in A$

해설

- ④  $\{4\} \in A$