

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

- ① $\emptyset$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{1, 4, 12\}$
④ $\{1, 3, 4, 10\}$ ⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

- ① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.
② 원소 6 이 포함.
③ 원소 3 이 포함되지 않음.
④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$
⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

2. 다음 중 집합이 아닌 것을 고르면?

- ① 3 보다 작은 자연수의 모임
- ② 100 이하의 짝수의 모임
- ③ 아름다운 꽃의 모임
- ④ 6 의 약수의 모임
- ⑤ 반에서 키가 가장 큰 친구들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 3 번은 집합이 아니다.

3. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}$, $B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square$, $\triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

4. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

5. $\square \times 3^3$ 은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에
알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a$ (a 는 소수),

가장 작은 소수는 2 ,

$\therefore \square = 2$

6. 일렬로 늘어서 있는 전구에서 켜진 전구는 1, 꺼진 전구는 0 으로 나타낼 때, 5 개의 전구를 사용할 경우 나타낼 수 있는 수는 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 가지

해설

전구가 다 꺼졌을 경우 : 0

전구가 다 켜졌을 경우 : $11111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 31$

$\therefore$ 0부터 31 까지 32 가지

7. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.
되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명 ② 3 명 ③ 4 명 ④ 5 명 ⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대공약수

이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \quad 18 \\ 3 \overline{) 6} \quad 9 \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6(\text{명})$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$

② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$

③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$

④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 18 \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

해설

⑤ $\{x|x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle \text{ 의 약수}\} = \{x|x \text{는 } \bigcirc \text{ 의 약수}\}$
일 때, $\bigcirc$ 는 $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

9. 792를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a+b+c-l-m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a+b+c-l-m-n = 2+3+11-3-2-1 = 10$$

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

11. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

$$\text{농장 : 가로 } 90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 180 = 18 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$$

$$\text{목장 : 가로 } 72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 108 = 18 \text{ (m)} \times 6 \text{ (그루)}$$

$\therefore$ 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무의 그루수는

$$\{(5 + 10) \times 2\} + \{(4 + 6) \times 2\} = 50 \text{ (그루)}$$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개인 집합은 a 개이고, 원소가 5 개인 집합은 b 개이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\},$

$\{1, 7\},$

$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$

$\{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}$

$\{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}$

$\{5, 6\}, \{5, 7\},$

$\{6, 7\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는

$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (개) 이다.

집합 A 의 부분집합 중 원소가 5 개인 집합은 원소 2 개를 짝짓고 남은 5 개의 원소를 원소로 갖는 집합이므로 원소가 2 개인 부분집합의 개수와 같은 개수의 부분집합이 만들어진다. 즉 21 개가 된다.

$a = 21, b = 21$ 이므로 $a + b = 42$

13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 12, a - 3, b + 3, 4\}$ 가 서로 같을 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\},$$

$$B = \{1, 2, 4, 12, a - 3, b + 3\} \text{ 이므로,}$$

$$a - 3 = 3, b + 3 = 6 \text{ 또는 } a - 3 = 6, b + 3 = 3 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\text{하지만 조건에서 } b > 0 \text{ 이라 했으므로 } a - 3 = 3, b + 3 = 6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a = 6, b = 3 \text{ 이고, } a \div b = 2 \text{ 이다.}$$

14. 어떤 역에는 각각 40 분, 1 시간 5 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 7 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 7 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 7 시와 오후 7 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라고 할 때, $A + B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 40 와 65 의 공배수이므로 $40 = 2^3 \times 5$
, $65 = 5 \times 13$ 의

최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 13 = 520$ (분)이다.

따라서 오전 7 시와 오후 7 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은
오전 7 시 + 520 분 = 오후 3 시 40 분

오후 3 시 40 분 + 8시 40분 = 오전 12 시 20 분

오전 7 시와 오후 7 시 사이에 두 열차가 동시에 출발하는 시각은 오후
3 시 40 분이다.

$\therefore 43$

15. 자연수를 다음과 같이 일렬로 나열된 전구를 끄고 켜는 것으로 나타내려고 한다. 500 미만의 자연수를 모두 나타내려면 전구는 최소한 몇 개가 필요한가?

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
 ④ 9 개 ⑤ 10 개

1	   
2	   
3	   
4	   

해설

$2^8 < 500 < 2^9$ 인 수이므로 500 은 이진법으로 나타내면 9자리 수이다.

따라서 전구는 최소 9 이상이 필요하다.

16. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A+B$ 를 계산하여라.

① 23

② 25

③ 27

④ 33

⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다. 분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18$, $B = 5$ 이므로

$A + B = 23$ 이다.

17. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

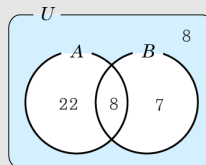
18. 영진이네 반 학생 중 가, 나 책을 읽은 학생이 각각 30명, 15명이었고 가, 나 책을 모두 읽은 학생은 8명, 가 책을 읽지 않은 학생은 15명이었다. 이때, 가 책과 나 책을 모두 읽지 않은 학생 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



19. $2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 11^{10}$ 을 계산하여 십진법으로 나타낸 수로 바꿀 때, 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

십진법으로 나타낼 때 끝자리에서 계속되는 0의 개수는 10의 거듭제곱과 관계가 있다. 즉, 10의 배수가 아닌 자연수 a 에 대하여 $N = a \times 10^n$ 일 때, N 의 끝자리에서 계속되는 0은 n 개이다.

$$\begin{aligned} & 2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 11^{10} \\ &= 3^3 \times 11^{10} \times (2^4 \times 5^3) \\ &= 3^4 \times 11^{10} \times 2 \times (2^3 \times 5^3) \\ &= 3^4 \times 11^{10} \times 2 \times 10^3 \end{aligned}$$

따라서 끝자리에서 연속되는 0은 3개이다.

20. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라.
(단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 가지

해설

$$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$$

따라서,

4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수

i) (3, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3$

$$3 \times 2 = 6$$

$$\therefore 6 + 6 = 12(\text{ 가지})$$

21. 0에서 4까지 쓰인 구슬 5개가 든 주머니에서 처음에 세 개의 구슬을 꺼내서 꺼낸 차례대로 세 자리 수의 오진수를 만들고, 다시 구슬을 주머니에 집어넣는다. 두 번째로 세 개의 구슬을 꺼내서 오진법의 수를 만들었을 때, 이 두 수를 5로 나누면 모두 나머지가 1이 되는 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

세 구슬을 꺼내서 만든 오진수를 $abc_{(5)}$ 라 두면,

$abc_{(5)} = a \times 5^2 + b \times 5 + c \rightarrow a \times 5^2 + b \times 5 + c$ 에서 $a \times 5^2 + b \times 5$ 부분은 항상 5로 나누어지므로, 나머지는 c 가 된다.

첫 번째, 두 번째에 1이 나오지 않고 세 번째에 1이 나올 확률은,

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

두 번 연속으로 같은 상황이 되어야 하므로, $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

22. 2와 3을 소인수로 갖는 어떤 자연수 A 의 약수의 개수는 18개이다. A 를 6으로 나눈 수의 약수의 개수가 10개일 때, 어떤 자연수 A 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 288

해설

$A = 2^a \times 3^b$ 라 두면,

$(a+1) \times (b+1) = 18$ 이다.

A 를 6으로 나눈 수 $= 2^{a-1} \times 3^{b-1}$,

$a \times b = 10$,

따라서, a, b 가 될 수 있는 값을 순서쌍으로 나타내면,

$(a, b) = (1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)$

이 중 $(a+1) \times (b+1) = 18$ 을 만족하는 순서쌍은 $(2, 5), (5, 2)$ 뿐이다.

→ $A = 972, 288$

자연수 A 의 최솟값은 288 이다.

23. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱수	일의 자리 수
$3^1 (=3)$	3
$3^2 (=3 \times 3=9)$	9
$3^3 (=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4 (=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
$\vdots$	$\vdots$

90은 4로 나누었을 때 나머지가 2이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9이다.

24. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 소인수}\}$ 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 156 \text{의 소인수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로

$A = \{5\}$, $B = \{2, 3, 13\}$

$\therefore n(A) + n(B) = 1 + 3 = 4$