

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{1, a\}, B = \{2, 3, a - 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 $\{1, 3\} \subset \{1, a\}$, $\{1, 3\} \subset \{2, 3, a - 2\}$ 이다.

따라서 $a = 3$ 이다.

2. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소 b 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

$2^{(b를 뺀 원소의 개수)} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

3. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$

㉡ $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 0$

㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 2$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$

㉡ $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$, $\{x|x \text{는 } 25 \text{의 약수}\} = \{1, 5, 25\}$ 이므로 $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$

㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$

4. 다음 중 공집합인 것은?

[배점 3, 하상]

① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$

② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$

④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

5. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $(A^c)^c = A$
- ② $A - B = B \cap A^c$
- ③ $(A - B) \subset (A \cup B)$
- ④ $A \cap A^c = \emptyset$
- ⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \emptyset$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

6. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$, $B = \{x|x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 59

해설

$100 \div 2 = 50$ 이므로 $n(A) = 50$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이므로 $n(B) = 9$
따라서 $n(A) + n(B) = 50 + 9 = 59$ 이다.

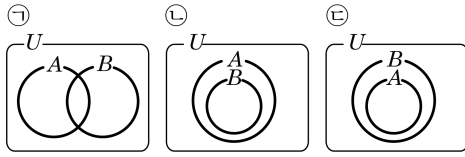
7. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방향으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후 세 버스가 동시에 출발하는 시간은? [배점 3, 하상]

- ① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분
- ③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시
- ⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발한다.

8. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



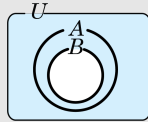
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B$ 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이다. $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

10. $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{c, d, f\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $A^c = \{d, e\}$

② $B^c = \{a, b, c\}$

③ $A \cap B^c = \{a, b\}$

④ $(A \cap B)^c = \{b, d, e, f\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{d, e\}$

해설

① $A^c = \{d, e, f\}$

② $B^c = \{a, b, e\}$

④ $(A \cap B)^c = \{a, b, d, e, f\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{e\}$

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

12. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

- ㉠ $2^2 \times 3 \times 5^2$ ㉡ 36
 ㉢ 469 ㉣ 54
 ㉤ $2^4 \times 5^2$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 18개
 ㉡ 9개
 ㉢ 4개
 ㉣ 8개
 ㉤ 15개

13. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로 a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.

24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

14. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

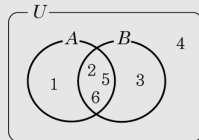
- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$

15. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{1\}, B - A = \{3\}, A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때,
 집합 A 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 5\}$
 ③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{1, 2, 5, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A^c \cap B^c = \{4\} = (A \cup B)^c$
 이므로 집합 $A = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.



16. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

11 22 51 53 79 149

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

17. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② $2^2 \times 3^2$
 ③ $2 \times 3 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 7$
 ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이다.
 $\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$

18. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $A^c = \{6, 7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $A = U - A^c = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 3, 5\}$
 $\therefore (A - B)^c = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

19. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 35 ② 70 ③ 105
④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

20. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$