

# 단원 종합 평가

1. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A) = 13$ ,  
 $n(B) = 9$ ,  $n(A \cap B) = 5$  일 때,  $n(A \cup B)$  는?  
 [배점 3, 하상]

- ① 15    ② 17    ③ 19    ④ 21    ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 13 + 9 - 5 = 17 \end{aligned}$$

2. 전체집합이  $U$  이고 집합  $A$  가  $U$  의 부분집합일 때,  
 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $A - U = \emptyset$                       ②  $A \cup A^c = U$   
 ③  $U^c = U - A$                       ④  $A \subset U$   
 ⑤  $U - A \neq \emptyset$

해설

$$U^c = \emptyset$$

3. 다음 중  $3^4$  을 나타낸 식은? [배점 3, 하상]

- ①  $3 \times 4$                                   ②  $3 + 3 + 3 + 3$   
 ③  $4 \times 4 \times 4$                           ④  $3 \times 3 \times 3 \times 3$   
 ⑤  $4 \times 3$

해설

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \text{ 이다.}$$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = { $x$  |  $x$ 는 전자제품}  
 ㉡ {1, 2, 3, 4} = { $x$  |  $x$ 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}  
 ㉢ {매화, 난초, 국화, 대나무} = { $x$  |  $x$ 는 사군자의 이름}  
 ㉣ {0과 1 사이의 분수} =  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$   
 ㉤ {1, 3, 17, 51} = { $x$  |  $x$ 는 51의 약수}  
 ㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = { $x$  |  $x$ 는 사물놀이에 쓰이는 악기}

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡                      ② ㉢, ㉣, ㉤                      ③ ㉠, ㉡, ㉤  
 ④ ㉠, ㉢, ㉥                      ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉡ { $x$  |  $x$ 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}는 {0, 1, 2, 3} 이다.

㉣ {0과 1 사이의 분수}는  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$  이다.

5. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여  $A \subset B$  일 때,  $\square$  안에 알맞은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$\square$ 는 24의 약수이다.

24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

6. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일 최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.

두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지역}\}$ ,

$B = \{x \mid x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다 낮은 지역}\}$

에 대하여  $A \cup B$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① {충남, 충북}
- ② {서울 / 경기, 충남, 충북}
- ③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 / 독도}
- ④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
- ⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이고,

$B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

따라서  $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

7. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로  
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$   
 최대공약수는 12 이다.

8. 3학년 3반 33 명의 학생 중에서 컴퓨터를 가지고 있는 학생이 25 명, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생이 10 명, 컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이다. 컴퓨터와 홈페이지를 모두 가지고 있는 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3명      ② 5명      ③ 7명  
 ④ 9명      ⑤ 11명

해설

컴퓨터를 가지고 있는 학생을 집합  $A$  라 하고, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생을 집합  $B$  라 하자.

컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이므로 합집합의 원소의 개수는  $33 - 3 = 30$  이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 25 + 10 - x$$

$$x = 5$$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

- ①  $A = \emptyset$  이면  $n(A) = 0$  이다.  
 ②  $n(A) = n(B)$  이면  $A = B$  이다.  
 ③  $A \subset B$  이면  $n(A) \leq n(B)$  이다.  
 ④  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$  이면  $n(A) = 3$  이다.  
 ⑤  $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$  이다.

해설

- ② 반례:  $A = \{1, 3\}, B = \{2, 4\}$   
 ④  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$  이면  $n(A) = 5$  이다.  
 ⑤  $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$  이다.

10. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각  $24\text{cm}, 36\text{cm}$  인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 4, 중중]

- ①  $6\text{cm}$       ②  $8\text{cm}$       ③  $10\text{cm}$   
 ④  $12\text{cm}$       ⑤  $24\text{cm}$

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수 이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 24 \ 36 \\ 2) \ 12 \ 18 \\ 3) \ 6 \ 9 \\ \quad 2 \ 3 \end{array}$$

∴ 2 × 2 × 3 = 12(cm)

11. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가? [배점 4, 중중]

- ① 30 분      ② 50 분      ③ 60 분
- ④ 80 분      ⑤ 90 분

해설

15 와 18 의 최소공배수는 90 이므로 두 사람은 90 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

12. 두 자연수  $12 \times x$ ,  $18 \times x$  의 최소공배수가 108 일 때, 자연수  $x$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 18 \times x = 2^2 \times 3 \times x \\ 18 \times x = 2 \times 3^2 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \dots \text{①} \end{array}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

13. 가로, 세로, 높이가 각각 12 cm, 8 cm, 6 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌은 몇 장인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24 장

해설

정육면체의 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 최소공배수이어야 한다.

따라서 정육면체의 한 변의 길이는 24cm 이고 가로는  $24 \div 12 = 2$  (장), 세로는  $24 \div 8 = 3$  (장), 높이는  $24 \div 6 = 4$  (장)이 필요하므로 구하는 벽돌의 수는  $2 \times 3 \times 4 = 24$  (장)이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 12 \ 8 \ 6 \\ 2) \ 6 \ 4 \ 3 \\ 3) \ 3 \ 2 \ 3 \\ \quad 1 \ 2 \ 1 \end{array}$$

14. 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$  일 때,  $n(A \cup B \cup C)$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

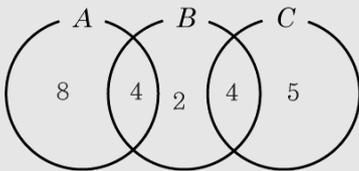
▷ 정답: 23

해설

$n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$  이므로

$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$

$A \cap C = \emptyset$  이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$

15. 두 집합  $A = \{x | 1 \leq x \leq 20 \text{인 자연수}\}$ ,  $B = \{x | x \text{는 약수의 개수가 2개인 자연수}\}$  일 때,  $n(A \cap B)$  를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$A \cap B$  는 20 이하의 소수의 집합이므로

$A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$\therefore n(A \cap B) = 8$

16.  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수  $a, b, c$  의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

132 를 소인수분해하면  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이다.

한편  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가지므로  $a$  는 2 보다 크거나 같고,  $b$  는 1 보다 크거나 같다.

또한  $c$  도 1 보다 크거나 같다.

따라서  $a, b, c$  의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은  $2 + 1 + 1 = 4$  이다.

17. 45 에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$45 = 3^2 \times 5$

따라서 제곱이 되려면 5 를 곱해야 한다.

18. 집합  $A = \left\{ x \mid \frac{x}{100} \text{ 는 기약분수, } x \text{ 는 } 100 \text{ 이하의 자연수} \right\}$  일 때, 집합  $A$  의 원소의 갯수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 40 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$  이므로 1에서 100까지의 자연수 중 2, 5의 배수를 제외한 수를 구하면된다. 2의 배수는 50 개, 5의 배수는 20 개, 10의 배수는 10 개 이므로  
 $A$  의 원소의 갯수는  
 $100 - (50 + 20 - 10) = 40$ ( 개)이다.

19. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

[배점 5, 상하]

① 27

② 44

③  $2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤  $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

20. 약수의 개수가 12 개인 어떤 자연수  $n$  을 소인수분해 하면  $a^x \times b^y (a \neq b)$  이다. 이러한 자연수  $n$  중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$a^x \times b^y (a \neq b)$  가 12 개의 약수를 가지려면,  
 $(x + 1) \times (y + 1) = 12$   
 $\rightarrow (x, y) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (5, 1)$   
 따라서, 이러한  $x, y$  의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는  
 $2 \times 3^5, 2^2 \times 3^3, 2^3 \times 3^2, 2^5 \times 3$  중 하나이다.  
 $\therefore$  자연수  $n$  중에서 가장 작은 수 = 72