

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 초과 } 20 \text{ 미만인 짝수}\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

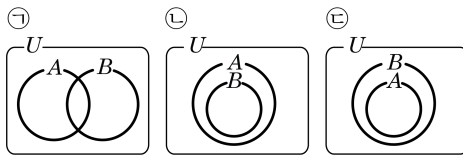
▷ 정답 : 16 개

해설

$$A = \{12, 14, 16, 18\}$$

$$\text{집합 } A \text{ 의 부분집합의 개수 : } 2^4 = 16$$

2. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



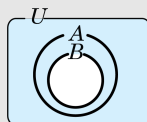
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B$ 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



3. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, 100 이하의 자연수 중 A, B, C 의 공배수 중 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 26 의 배수는 26, 52, ... 이고, 그 중 100 보다 작은 가장 큰 수는 78 이다.

4. 세 자연수 72, A , 84 의 최대공약수가 6 일 때, 다음 중 A 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

① 6 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 42

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 72 \quad A \quad 84} \\ \underline{12 \quad a \quad 14} \end{array}$$

$A = 6 \times a$ (단, a 는 1 또는 소수이다.)

① $6 = 6 \times 1(\bigcirc)$

② $18 = 6 \times 3(\bigcirc)$

③ $24 = 6 \times 4(\times)$

④ $30 = 6 \times 5(\bigcirc)$

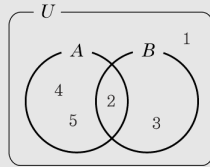
⑤ $42 = 6 \times 7(\bigcirc)$

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A - B = \{4, 5\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{3, 4\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{2, 3\}$ 이다.



6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 7 개 이다.
 ② $101010101_{(2)}$ 은 짝수가 아니다.
 ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수를 십진법으로 나타내면 14이다.
 ④ $11010_{(2)}$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
 ⑤ $11101_{(2)}$ 은 소수가 아니다.

해설

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 $1000_{(2)}$, $1001_{(2)}$, $1010_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $1100_{(2)}$, $1101_{(2)}$, $1110_{(2)}$, $1111_{(2)}$ 의 8 개이다.
 ② $101010101_{(2)} = 341$ 은 홀수이다.
 ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수는 $1110_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면 14 이다.
 ④ $11010_{(2)} = 26$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
 ⑤ $11101_{(2)} = 29$ 는 소수이다.

7. 21 과 27 중 어느 것으로 나누어도 5 가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 950

해설

21 과 27 의 최소공배수 : 189
 $189 \times 5 + 5 = 950$

8. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

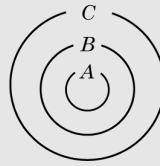
최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
 또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
 따라서 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.

9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

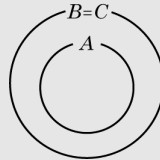
- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①

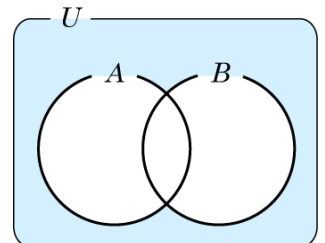


②



- ③ 예를 들면 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면, $A = B = C$
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

10. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?

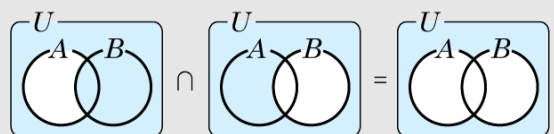


[배점 5, 중상]

- ① $(A \cap B)^c$
- ② $A^c \cap B^c$
- ③ $U - (A \cap B)$
- ④ $U - (A \cup B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$



11. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

12. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개
- ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로 3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.
30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\dots$, 990 이다.
따라서 구하는 수는 122, 152, $\dots$, 992 이다.
 $122 = 30 \times 4 + 2, 992 = 30 \times 33 + 2$
 $\therefore 33 - 3 = 30$ (개)

13. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.

이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로 가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.

따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

14. 옛날부터 우리나라에는 십간(□□)과 십이지(□□□)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

[배점 5, 중상]

- ① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년
- ④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(□□)의 10 가지와 십이지(□□□)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

15. 집합 $U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 40

해설

$U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
 $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.
 전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,
 A 의 모든 원소의 합은 15 이므로
 집합 B 의 모든 원소의 합은 $55 - 15 = 40$

16. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\{a\} \in A$ ② $\emptyset \in A$
 ③ $\{c, d\} \subset A$ ④ $n(A) = 5$
 ⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A = \{a, b, d, e\}$, $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{a, c, f\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 32 개

해설

$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{a, c, f\}$
 이때, $a \in A$ 이므로 $B - A = \{c, f\}$
 또, $A - ((A - B) \cup (B - A)) = A \cap B$ 이므로,
 $A \cap B = \{b, d, e\}$ 이고,
 $(B - A) \cup (A \cap B) = B = \{b, c, d, e, f\}$
 따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

18. 세 자연수 18, 45, x 의 최대공약수가 9, 최소공배수가 270 일 때, x 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 135

▷ 정답 : 270

해설

270 의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45, 54, 90, 135, 270 이다.

이 수 중 18, 45 과 최대공약수가 9, 최소공배수가 270 을 만족하는 수를 찾으면

$x = 27, 54, 135, 270$

19. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

가장 작은수는 $n = 2 \times 5$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

20. 0 부터 5 까지의 눈이 있는 정육면체 주사위를 세 번 던져, 나온 눈의 수를 순서대로 각각 x, y, z 라고 할 때, 6 진법의 수 $xyz_{(6)}$ 를 만들 수 있다. 이 수를 36 으로 나눈 나머지가 24 의 약수가 될 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$xyz_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + z$, 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

$x \times 6^2 + y \times 6 + z$ 에서 $x \times 6^2$ 부분은 항상 36 으로 나누어 떨어지므로, 나머지는 $y \times 6 + z$ 이다.

→ $6y + z$ 가 24 의 약수가 될 확률을 구해 보면

$$\rightarrow 6y + z = 1, (y, z) = (0, 1)$$

$$\rightarrow 6y + z = 2, (y, z) = (0, 2)$$

$$\rightarrow 6y + z = 3, (y, z) = (0, 3)$$

$$\rightarrow 6y + z = 4, (y, z) = (0, 4)$$

$$\rightarrow 6y + z = 6, (y, z) = (1, 0)$$

$$\rightarrow 6y + z = 8, (y, z) = (1, 2)$$

$$\rightarrow 6y + z = 12, (y, z) = (2, 0)$$

$$\rightarrow 6y + z = 24, (y, z) = (4, 0)$$

따라서 y, z 가 0 에서 5 까지 나올 경우는 36 이므

$$\text{로} \quad \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$