단원테스트 클리닉

1. 두 집합 A, B 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$
> ㉡ $\varnothing \cap A = A$
> ㉢ $B \subset (A \cap B)$
> ㉣ $B \cup \varnothing = \varnothing$

[배점 3, 하상]

① ㉢,㉣ ② ㉡,㉢ ③ ㉠,㉣
④ ㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

㉡$A \cap \varnothing = \varnothing$
㉢$B \subset (A \cup B)$
㉣$B \cup \varnothing = B$

2. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

① $\{a, b\}$
② $\varnothing$
③ $\{x|x$는 12인 자연수$\}$
④ $\{x|x$는 $x \times 0 = 0$인 자연수$\}$
⑤ $\{x|x$는 12의 약수$\}$

해설

③ $\{1, 2\}$: 유한집합
④ $\{1, 2, 3, \cdots\}$: 무한집합
⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

3. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

① $\{a, b\}$
② $\varnothing$
③ $\{x|x$는 12인 자연수$\}$
④ $\{x|x$는 $x \times 0 = 0$인 자연수$\}$
⑤ $\{x|x$는 12의 약수$\}$

해설

③ $\{12\}$: 유한집합
④ $\{1, 2, 3, \cdots\}$: 무한집합
⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

4. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수를 $[a, b, c]$ 로 정의한다. 전체집합 $U = \{x|x$는 100 이하의 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x|[x, 105] = k, k = [a, b, c]$ 이고, $[a, b] = 6, [b, c] = 9, [c, a] = 21\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$[a,\ b] = 6,\ [b,\ c] = 9,\ [c,\ a] = 21$ 이므로, $[a,\ b,\ c] = 3$ 이다.
$[x,\ 105] = 3$ 이 되려면 x 는 3 의 인수를 가지면서 5 와 7 의 인수를 가지면 안 된다.
따라서 $n(A)$ 는 100 이하의 수 중 3 의 배수이면서 5 의 배수이거나 7 의 배수가 아닌 수이다.
이것은 3 의 배수의 개수를 구한 후 15 의 배수와 21 의 배수를 빼면 된다.
$\therefore n(A) = 33 - 6 - 4 = 23$

5. 무게가 $1\text{g},\ 2\text{g},\ 2^2\text{g},\ 2^3\text{g},\ 2^4\text{g},\ \cdots,\ 2^{10}\text{g}$ 인 추를 가능한 한 적게 사용하여 무게가 500g 인 물건을 측정할 때, 필요한 추는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$500 = 111110100_{(2)}$ 이므로
$2^8\text{g},\ 2^7\text{g},\ 2^6\text{g},\ 2^5\text{g},\ 2^4\text{g},\ 2^2\text{g}$
$\therefore$ 각각 1 개씩 총 6 개

6. 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A \subset B,\ B \subset A$ 이다. $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 이므로
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

7. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 5 의 배수의 모임
㉡ 가장 작은 자연수의 모임
㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
㉣ 50 에 가까운 수의 모임
㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 3, 중하]

① ㉠ ② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ '가까운' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
㉤ '유명한' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

8. 석진이의 방은 가로가 300cm , 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 300\ 420 \\ \hline 2 & 150\ 210 \\ \hline 3 & 75\ 105 \\ \hline 5 & 25\ 35 \\ \hline & 5\ 7 \end{array}$$

$\therefore 2\times 2\times 3\times 5=60(\text{cm})$

9. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.

수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 108\ 72\ 36 \\ \hline 4 & 12\ 8\ 4 \\ \hline & 3\ 2\ 1 \end{array}$$

최대공약수 : $9\times 4=36$ (명)

공약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ (명)

공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

10. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 $32, 48, 96$ 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 32\ 48\ 96 \\ \hline 4 & 8\ 12\ 24 \\ \hline & 2\ 3\ 6 \end{array}$$

$\therefore 4\times 4=16(\text{명})$

11. 부분집합에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?
[배점 3, 중하]

① 모든 집합은 자기 자신을 부분집합으로 한다.

② 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.

③ $A \subset B$, $B \subset A$ 인 집합 A, B 는 존재하지 않는다.

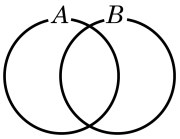
④ 공집합은 $\{0\}$ 의 부분집합이다.

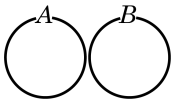
⑤ $\{1, 3, 5\}$ 는 $\{x \mid x$는 5 미만인 홀수$\}$ 의 부분집합이 아니다.

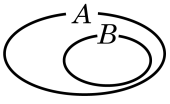
해설

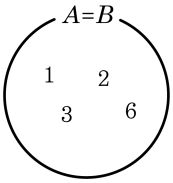
$A \subset B$, $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하며 이를 만족하는 집합은 무수히 많이 존재한다.

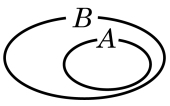
12. 두 집합 A, B 의 관계가 $A \subset B$이고 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 벤 다이어그램 옳게 나타낸 것은?
[배점 3, 중하]

①


②


③


④


⑤


해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미한다.

13. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

$\therefore (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$ (개)

14. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32 g 짜리의 저울추가 각각 한 개씩 있다. 이 저울추를 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 그 무게가 51g이었다. 이때, 사용하지 않은 저울추를 모두 구한 것은? [배점 3, 중하]

① 1g ② 2g ③ 4g

④ 8g ⑤ 16g

해설

$51 = 110011_{(2)}$
$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
$= 32 + 16 + 2 + 1$
이므로 필요한 추는 32 g, 16 g, 2 g, 1 g짜리 저울추이다.

15. 가로의 길이가 180cm 세로의 길이가 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개

② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개

③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개

④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개

⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

2) 180 150
3) 90 75
5) 30 25
6 5

$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.
(가로) $= 180 \div 30 = 6$(개)
(세로) $= 150 \div 30 = 5$(개)
$\therefore$ (필요한타일수) $= 6 \times 5 = 30$(개)

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \subset B$일 때, 다음 중 나머지와 다른 하나는?

[배점 3, 중하]

① $A - B$ ② $A - (A \cap B)$

③ $A \cap B^c$ ④ $(A \cup B) - B$

⑤ $U - (A \cup B)^c$

해설

① $A - B = \phi$
② $A - (A \cap B) = A - A = \phi$
③ $A \cap B^C = A - B = \phi$
④ $(A \cup B) - B = B - B = \phi$
⑤ $U - (A \cup B)^C = U - B^C = B$

17. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A \cap B = A$ ㉡ $A \cup B = A$

㉢ $A - B = \varnothing$ ㉣ $B - A = \varnothing$

㉤ $A^c \subset B^c$

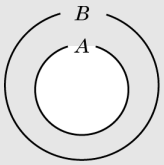
[배점 3, 중하]

① ㉡, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉤

해설

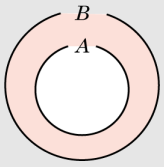
$A \subset B$ 이면



로 나타낼 수 있다.

㉡ $A \cup B = B$

㉣



㉤ $B^c \subset A^c$

18. 다음 보기 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 큰 컴퓨터들의 모임

㉡ 10보다 큰 자연수들의 모임

㉢ MP3를 많이 가진 학생들의 모임

㉣ 게임을 잘하는 학생들의 모임

㉤ 0과 1사이에 있는 자연수의 모임

㉥ 우리 반에서 PMP를 가진 학생들의 모임

[배점 3, 중하]

① ㉡, ㉣ ② ㉤, ㉥ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ '큰' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉢ '많이' 라는 단어는 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.

㉣ '잘하는' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉤ 0과 1 사이에는 자연수가 존재하지 않는다. 즉, 원소가 하나도 없는 집합을 의미한다. 그러므로 집합이다.

19. 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $\{1,\ 2\} \subset \{1,\ 2,\ 3\}$

㉡ $\{a,\ b\} \in \{a,\ b,\ c\}$

㉢ $0 \subset \varnothing$

㉣ $\varnothing \in \{1,\ 2,\ 3\}$

㉤ $\varnothing \subset \{1\}$

㉥ $0 \subset \{0,\ 1,\ 2\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

㉢ $\varnothing \subset \{0\}$

㉣ $\varnothing \subset \{1, 2, 3\}$

㉤ $0 \in \{0, 1, 2\}$

20. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 중하]

① $A \cup \varnothing = A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

③ $B \subset (A \cap B)$

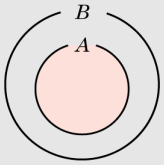
④ $(A \cap B) \subset A$

⑤ $A \cup B \neq B \cup A$

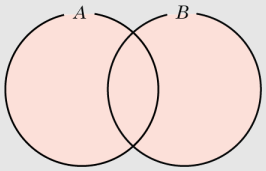
해설

① $A \cup \varnothing = A$

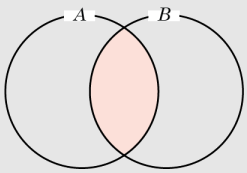
② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$



③ $B \subset (A \cup B)$



④ $(A \cap B) \subset A$



⑤ $A \cup B = B \cup A$