

단원 테스트

1. 두 집합 $A = \{c, o, m, p, u, t, e, r\}$, $B = \{h, o, m, e\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

$a, e, c, h, o, m, p, r, t, u, w$

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: a

▷ 정답: w

해설

$$A \cup B = \{c, o, m, p, u, t, e, r, h\}$$

2. 다음 중 2^4 , $1010_{(2)}$, 14의 대소 관계가 옳은 것은?
[배점 2, 하중]

① $2^4 < 1010_{(2)} < 14$ ② $2^4 < 14 < 1010_{(2)}$

③ $1010_{(2)} < 14 < 2^4$ ④ $14 < 2^4 < 1010_{(2)}$

⑤ $14 < 1010_{(2)} < 2^4$

해설

$$2^4 = 16$$

$$1010_{(2)} = 2^3 + 2 = 10$$

$$\therefore 1010_{(2)} < 14 < 2^4$$

3. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① 100 이하 자연수들의 모임

② 작은 짝수들의 모임

③ 노래를 잘하는 학생들의 모임

④ 15보다 작은 소수들의 모임

⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

‘잘하는’, ‘작은’, ‘예쁜’은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

4. 두 수 $2^a \times 3^2$, $2^2 \times 3^b \times 7$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

최소공배수에서 2의 지수가 3이므로 $a = 3$

최소공배수와 최대공약수에서 3의 지수가 2로 같으므로 $b = 2$

따라서 $a - b = 3 - 2 = 1$ 이다.

5. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{4, 6, 9, 12\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap C$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4, 7, 14\}$
 ② $\{1, 2, 4, 7, 14\}$
 ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$
 ④ $\{1, 2, 4, 7\}$
 ⑤ $\{1, 2, 7\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $C = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이다.

먼저 A 와 B 의 합집합을 구하면 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$ 이다.

$(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 4, 7\}$ 이다.

6. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$, $C = \{3, 4, 9, 10\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 를 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 10\}$
 ③ $\{2, 3, 4\}$ ④ $\{2, 4, 10\}$
 ⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 9, 10\}$

$A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 9, 10\} = \{2, 4, 10\}$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음의 조건을 만족할 때 $n(A)$ 와 $n(B)$ 의 차를 구하여라.

$$(가) \ n(U) = 20, \ n(A) \cdot n(B) = 140$$

$$(나) \ 2 \cdot n(A \cap B) = n(A^c \cap B^c)$$

$$(다) \ n(A \cup B) = 3 \cdot n(A \cap B)$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$n(A \cap B) = k$ 라고 하면, $2 \cdot k = n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - n(A \cup B)$,

$n(A \cup B) = 3 \cdot k$ 이므로, $2 \cdot k = 20 - 3 \cdot k$ 이고 $k = 4$, $n(A \cup B) = 12$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 20 = n(A) + n(B) - 4 \rightarrow n(A) + n(B) = 24$,

$n(A) \cdot n(B) = 140$ 이므로 더해서 24가 되고, 곱해서 140이 되는 수는 10과 14이다.

따라서 $n(A)$ 와 $n(B)$ 의 차는 $14 - 10 = 4$

8. 집합 $S = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

$$\bullet \ x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in A$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(4) 원소의 개수가 4개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(5) 원소의 개수가 5개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(6) 원소의 개수가 6개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A 의 개수는 $1+3+3+3+3+1+1=15$ (개)

9. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 부분집합 A, B, C 가 다음과 같은 조건을 만족할 때,
 $n((A-B)-C) + n((B-C)-A) + n((C-A)-B)$ 를 구하여라.

$$\begin{aligned} &\bullet n(A) + n(B) + n(C) = 80, n((A \cup B \cup C)^c) = 5 \\ &\bullet n(A-B) = 10, n(B-C) = 15, n(C-A) = 17 \end{aligned}$$

[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$$n(U) = 50, n((A \cup B \cup C)^c) = 5 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 45,$$

$A-B, B-C, C-A$ 는 서로소이므로,

$$n(A-B) + n(B-C) + n(C-A) = n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\rightarrow 42 = 45 - n(A \cap B \cap C) \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 3$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \text{ 이므로,}$$

$$45 = 80 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 3$$

$$\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 38$$

$$\therefore n((A-B)-C) + n((B-C)-A) +$$

$$n((C-A)-B)$$

$$= n(A \cup B \cup C) -$$

$$(n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) +$$

$$2n(A \cap B \cap C)$$

$$= 45 - 38 + 6 = 13$$