

과제 맞춤교재

1. 17 을 이진법의 수로 바르게 나타낸 것을 고르면?
[배점 2, 하하]

- ① 10101₍₂₎ ② 11001₍₂₎ ③ 10001₍₂₎
④ 10111₍₂₎ ⑤ 11101₍₂₎

해설

$$17 = 2^4 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times 1 \\ = 10001_{(2)}$$

2. 다음은 미술 재료인 붓 20 개와 물감 30 개를 가능한 여러 학급에게 똑같이 나누어 줄 때, 최대 몇 개 학급에 나누어 줄 수 있는지 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.

붓과 물감을 같은 수로 나누어야 하므로 나누어 줄 수 있는 학급의 수는 20 과 30 의 공약수 □, □, □, □이다.

가능한 많은 학급에 나누어 줄 때의 학급 수는 20 과 30 의 □이다.

따라서 최대 □개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: 5

▷ 정답: 10

▷ 정답: 최대공약수

▷ 정답: 10

해설

20 의 약수 : 1, 2, 4, 5, 10, 20

30 의 약수 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

20 과 30 의 공약수 : 1, 2, 5, 10

가능한 많은 학급에 나누어 줄때의 학급 수는 20 과 30 의 최대공약수이다.

따라서 최대 10 개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

3. 천의 자리 숫자가 6, 백의 자리 숫자가 8, 일의 자리 숫자가 2 인 네 자리 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 6802

해설

$$6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 1 = 6802$$

4. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 4, 최소공배수는 144 일때, $A + B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 148

▶ 정답: 52

해설

두 자연수를 $A = 4a, B = 4b$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$) 라고 하면

$$\text{최소공배수 } 144 = 4 \times 36 = 4 \times a \times b$$

$a \times b = 36$ 이므로

$a = 36, b = 1$ 일 때 $A = 144, B = 4$ 이고,

$a = 9, b = 4$ 일 때 $A = 36, B = 16$

$$\therefore A + B = 148, 52$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

① $\{a, d, e, h\}$

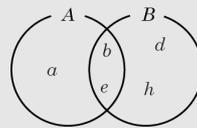
② $\{b, d, e, h\}$

③ $\{b, e, h\}$

④ $\{d, e, h\}$

⑤ $\{d, e\}$

해설



$$\therefore B = \{b, d, e, h\}$$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k = 8$$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분 집합의 수는 8 개이다.

$$2^{(n \text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

7. 이진수 중 0 을 두 번만 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면 다음과 같다.

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$

이 때 30 번째에 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$ 에서 볼 수 있듯이,

0 을 두 번만 사용한 세 자리 수 이진수 : 1 개,
 0 을 두 번만 사용한 네 자리 수 이진수 : 3 개,
 0 을 두 번만 사용한 다섯 자리 수 이진수 : 6 개,
 0 을 두 번만 사용한 여섯 자리 수 이진수 : 10 개,
 0 을 두 번만 사용한 일곱 자리 수 이진수 : 15 개
 이므로,

30 번째에 나오는 이진수는 일곱 자리 수 이진수 중 10 번째 수이다.

일곱 자리 수 이진수를 나열해보면,

$1001111_{(2)}, 1010111_{(2)}, 1011011_{(2)}, 1011101_{(2)},$
 $1011110_{(2)}, 1100111_{(2)}, 1101011_{(2)}, 1101101_{(2)},$
 $1101110_{(2)}, 1110011_{(2)}, \dots$ 이다.

\therefore (30 번째에 나오는 이진수) = $1110011_{(2)} = 115$

8. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.

$A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 100 \text{ 이하이고, } f(x) = 3\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로

100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4 개

$\therefore n(A) = 4$

9. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

[배점 6, 상상]

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m+1) \times (n+1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0+1) \times (5+1) \\ &= 6 \times 1 = (5+1) \times (0+1) \\ &= 2 \times 3 = (1+1) \times (2+1) \\ &= 3 \times 2 = (2+1) \times (1+1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
 구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
 구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
 구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
 구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.