1. 17 을 이진법의 수로 바르게 나타낸 것을 고르면?

① $10101_{(2)}$ ② $11001_{(2)}$ ③ $10001_{(2)}$

④ $10111_{(2)}$ ⑤ $11101_{(2)}$

해설

$$\begin{aligned}17 &= 2^4 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times 1 \\ &= 10001_{(2)}\end{aligned}$$

2. 다음은 미술 재료인 붓 20 개와 물감 30 개를 가능한 여러 학급에게 똑같이 나누어 줄 때, 최대 몇 개 학급에 나누어 줄 수 있는지 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.

붓과 물감을 같은 수로 나누어야 하므로 나누어 줄 수 있는 학급의 수는 20 과 30 의 공약수 $\square$, $\square$, $\square$, $\square$이다. 가능한 많은 학급에 나누어 줄 때의 학급 수는 20 과 30 의 $\square$이다. 따라서 최대 $\square$개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 10

해설

20 의 약수 : $1, 2, 4, 5, 10, 20$

30 의 약수 : $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$

20 과 30 의 공약수 : $1, 2, 5, 10$

가능한 많은 학급에 나누어 줄때의 학급 수는 20 과 30 의 최대공약수이다.

따라서 최대 10 개 학급에게 나누어 줄 수 있다.

3. 천의 자리 숫자가 6 , 백의 자리 숫자가 8 , 일의 자리 숫자가 2 인 네 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6802

해설

$6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 1 = 6802$

4. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 4, 최소공배수는 144 일때, $A+B$ 를 구하여라. (단, $A>B$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 148

▷ 정답 : 52

해설

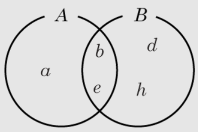
두 자연수를 $A=4a$, $B=4b$
(단, a, b는 서로소, $a>b$)라고 하면
최소공배수 $144=4\times36=4\times a\times b$
$a\times b=36$ 이므로
$a=36$, $b=1$ 일 때 $A=144$, $B=4$ 이고,
$a=9$, $b=4$ 일 때 $A=36$, $B=16$
$\therefore$ $A+B=148$, 52

5. 두 집합 $A,\ B$에 대하여 $A=\{a,\ b,\ e\}$이고, $A\cap B=\{b,\ e\}$, $A\cup B=\{a,\ b,\ d,\ e,\ h\}$ 일 때, 집합 B는?

① $\{a,\ d,\ e,\ h\}$ ② $\{b,\ d,\ e,\ h\}$ ③ $\{b,\ e,\ h\}$

④ $\{d,\ e,\ h\}$ ⑤ $\{d,\ e\}$

해설



$\therefore\ B=\{b,\ d,\ e,\ h\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } n\text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k = 8$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 8 개이다.

$2^{(n\text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$

7. 이진수 중 0 을 두 번만 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면 다음과 같다.
$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \cdots$
이 때 30 번째에 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \cdots$ 에서 볼 수 있듯이,
0 을 두 번만 사용한 세 자리 수 이진수 : 1 개,
0 을 두 번만 사용한 네 자리 수 이진수 : 3 개,
0 을 두 번만 사용한 다섯 자리 수 이진수 : 6 개,
0 을 두 번만 사용한 여섯 자리 수 이진수 : 10 개,
0 을 두 번만 사용한 일곱 자리 수 이진수 : 15 개이므로,
30 번째에 나오는 이진수는 일곱 자리 수 이진수 중 10 번째 수이다.
일곱 자리 수 이진수를 나열해보면,
$1001111_{(2)}$, $1010111_{(2)}$, $1011011_{(2)}$, $1011101_{(2)}$, $1011110_{(2)}$, $1100111_{(2)}$, $1101011_{(2)}$, $1101101_{(2)}$, $1101110_{(2)}$, $1110011_{(2)}$, $\cdots$ 이다.
$\therefore$ (30 번째에 나오는 이진수)$= 1110011_{(2)} = 115$

8. a가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
$A = \{x \mid x$는 1 이상 100 이하이고, $f(x) = 3\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는
$(소수)^2$ 이므로
100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
2^2, 3^2, 5^2, 7^2 의 4 개
$\therefore\ n(A) = 4$

9. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 $a,\ b$ 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m+1)\times(n+1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1\times 6 = (0+1)\times(5+1) \\ &= 6\times 1 = (5+1)\times(0+1) \\ &= 2\times 3 = (1+1)\times(2+1) \\ &= 3\times 2 = (2+1)\times(1+1) \end{aligned}$$

이므로, (a,b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0,\ 5)$, $(5,\ 0)$, $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$ 이다.

i)$(a,b) = (0,5)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a,b) = (5,0)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a,b) = (1,2)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a,b) = (2,1)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii)iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.