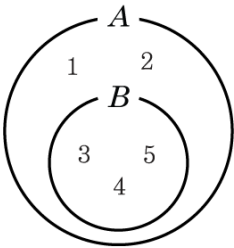


과제 맞춤교재

1. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $5 \in A$
- ② $4 \in A$
- ③ $\{3, 4\} \in A$
- ④ $\{3\} \subset B$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

③ $\{3, 4\} \subset A$

2. 이진법의 수를 아래와 같이 나타낼 때, ■■■□■■을 십진법의 수로 나타내어라.

$0_{(2)} \Rightarrow \square, 1_{(2)} \Rightarrow \blacksquare, 10_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\square, 11_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\blacksquare$
[배점 2, 하중]

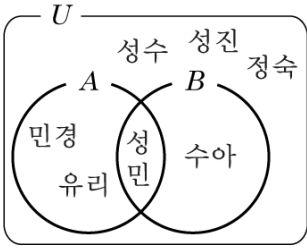
▶ 답 :

▶ 정답 : 26

해설

■은 1, □은 0 을 나타내므로
 $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 26$

3. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $U = \{\text{성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙}\}$
- ② $B^c = \{\text{유리, 민경, 성수, 성진, 정숙}\}$
- ③ $A - B = \{\text{유리, 민경}\}$
- ④ $B - A = \{\text{수아, 성민}\}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{\text{성수, 성진, 정숙}\}$

해설

④ $B - A = \{\text{수아}\}$

4. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 358 ② 409 ③ 421
- ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 하상]

① $a \notin \{a, b\}$

② $\emptyset \subset \{3\}$

③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$

④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$

④ $4 \in \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 는?

[배점 3, 하상]

① 10

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18 \text{ 이므로}$$

$$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13 \text{ 이다.}$$

7. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$

에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: a

▷ 정답: g

▷ 정답: i

▷ 정답: k

▷ 정답: o

▷ 정답: q

해설

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
 ③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$$

9. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
 ③ $\{5, 20\}$ ④ $\{4, 5, 20\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 5, 20\}$

해설

$$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2 \text{을 만족하는 자연수 } x \text{는 } 5, 5 \times 2^2 \text{이다.}$$

10. 어떤 자연수를 24로 나누면 12가 남고, 15로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 500에 가장 가까운 수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 468 ② 472 ③ 480
 ④ 488 ⑤ 496

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+12$ 는 24, 15의 공배수이다. 24, 15의 최소공배수는 120이므로 $x+12$ 는 120, 240, 360, 480, ... 이다. 따라서 x 는 108, 228, 348, 468, ... 이므로 500에 가장 가까운 수는 468이다.

11. 민호와 영은이는 각각 6일, 9일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4월 8일 함께 봉사활동을 하였다면, 다음에 처음으로 함께 하게 되는 날은 언제인지 구하여라. [배점 4, 중중]

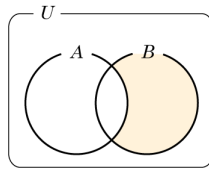
▶ 답:

▷ 정답: 4월 26일

해설

6과 9의 최소공배수는 18, 즉 18일마다 두 사람이 함께 일을 한다. 4월 8일 이후 다시 처음으로 함께 일하는 날은 4월 26일이다.

12. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 21, n(B) = 23, n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수는?

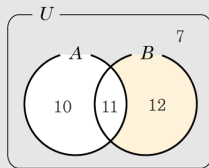


[배점 4, 중중]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 12이다.



13. 3, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 28개 ② 29개 ③ 30개 ④ 31개 ⑤ 32개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6의 공배수)+2인 수이므로 3, 5, 6의 최소공배수 30이다.

30의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, ..., 990이다.

따라서 구하는 수는 122, 152, ..., 992이다.

$$122 = 30 \times 4 + 2, 992 = 30 \times 33 + 2$$

$$\therefore 33 - 3 = 30 \text{ (개)}$$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

a 는 2와 4의 배수이면서 약수의 개수가 4개인 수이므로 8이다.

$$\therefore b = 1, c = 8 \text{ 또는 } b = 8, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ **답:**

▶ **정답:** 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

17. $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $16 \in A \cap B$

㉡ $\{1, 2, 36\} \subset A \cap B$

㉢ $n(A \cap B) = 10$

㉣ $A \cap B \subset \{x \mid x \text{는 } 72 \text{의 약수}\}$

㉤ $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$

[배점 5, 상하]

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } a, b \text{의 공약수}\} = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\} =$$

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

따라서

㉠. $16 \notin A \cap B$

㉢. $n(A \cap B) = 9$

㉤. $A \cup B \neq \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$ 이다.

18. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▶ **정답:** 7개

해설

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,

집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.

9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은 (4, 8), (5, 7), (6, 6) 이다.

따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은

$\{6\}$, $\{4, 8\}$, $\{5, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{4, 5, 7, 8\}$, $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로 7 개이다.

19. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 30$ (개)

$3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는

$(5 + 1) \times (n + 1) = 6(n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 30$ 이므로 $n + 1 = 5$ 이다.

$\therefore n = 4$

20. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $n(A - C) = 0$

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

21. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$$

$$(B^c \cup C)^c = \emptyset \rightarrow B - C = \emptyset \rightarrow B \subset C$$

$$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$$