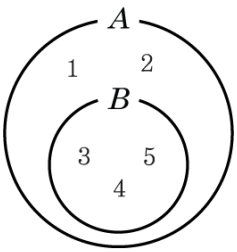
과제 맞춤교재

1. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

① $5 \in A$

② $4 \in A$

③ $\{3,\ 4\} \in A$

④ $\{3\} \subset B$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\} \subset A$

해설

③ $\{3,\ 4\} \subset A$

2. 이진법의 수를 아래와 같이 나타낼 때, ■■□■□을 십진법의 수로 나타내어라.

$0_{(2)} \Rightarrow$ □ , $1_{(2)} \Rightarrow$ ■ , $10_{(2)} \Rightarrow$ ■□ , $11_{(2)} \Rightarrow$ ■■

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

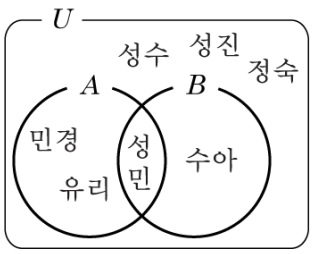
▷ 정답 : 26

해설

■은 1 , □은 0 을 나타내므로

$11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 26$

3. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

① $U = \{$성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙 $\}$

② $B^c = \{$유리 , 민경 , 성수 , 성진 , 정숙$\}$

③ $A - B = \{$유리 , 민경$\}$

④ $B - A = \{$수아 , 성민$\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{$성수, 성진, 정숙$\}$

해설

④ $B - A = \{$수아$\}$

4. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

① 358 ② 409 ③ 421

④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 11 \times 42$ 이다.

$\therefore\ A \times B = 462$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 하상]

① $a \notin \{a, b\}$ ② $\varnothing \subset \{3\}$

③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$ ④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$

⑤ $\varnothing \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$

④ $4 \in \{1, 2, 4\}$

⑤ $\varnothing \subset \{0\}$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 는?

[배점 3, 하상]

① 10 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18$ 이므로

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13$ 이다.

7. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 '*mathematics*' 에 쓰인 자음$\}$,

$B = \{x \mid x$는 ' science ' 에 쓰인 자음$\}$

에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : a

▷ 정답 : g

▷ 정답 : i

▷ 정답 : k

▷ 정답 : o

▷ 정답 : q

해설

$A = \{x \mid x$는 '*mathematics*' 에 쓰인 자음$\} = \{m, t, h, c, s\}$,

$B = \{x \mid x$는 ' science ' 에 쓰인 자음$\} = \{s, c, n\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 12 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$에 대하여, $A - B^c$을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 12\}$
$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
$A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$

9. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 집합을 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 중하]

① $\{1, 4\}$ ② $\{4, 5\}$

③ $\{5, 20\}$ ④ $\{4, 5, 20\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 5, 20\}$

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

10. 어떤 자연수를 24로 나누면 12가 남고, 15로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 500에 가장 가까운 수를 구하면? [배점 4, 중중]

① 468 ② 472 ③ 480

④ 488 ⑤ 496

해설

구하는 자연수를 x라 하면 $x+12$는 24, 15의 공배수이다. 24, 15의 최소공배수는 120이므로 $x+12$는 120, 240, 360, 480, $\cdots$ 이다. 따라서 x는 108, 228, 348, 468, $\cdots$ 이므로 500에 가장 가까운 수는 468이다.

11. 민호와 영은이는 각각 6 일, 9 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 8 일 함께 봉사활동을 하였다면, 다음에 처음으로 함께 하게 되는 날은 언제인지 구하여라. [배점 4, 중중]

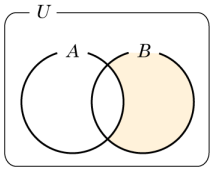
▶ 답:

▷ 정답: 4 월 26 일

해설

6 과 9 의 최소공배수는 18 , 즉 18 일마다 두 사람이 함께 일을 한다. 4 월 8 일 이후 다시 처음으로 함께 일하는 날은 4 월 26 일이다.

12. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 21, n(B) = 23, n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수는?

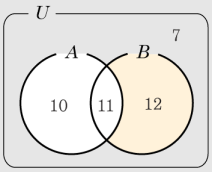


[배점 4, 중중]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 12 이다.



13. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개

④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로 3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.

30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\cdots$, 990 이다.

따라서 구하는 수는 122, 152, $\cdots$, 992 이다.

$122 = 30 \times 4 + 2, 992 = 30 \times 33 + 2$

$\therefore 33 - 3 = 30$ (개)

14. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개) 이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 a의 약수$\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개인 수이므로 8 이다.

$\therefore\ b=1,\ c=8$ 또는 $b=8,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=8+1+8=17$

16. 집합 $A=\{x \mid x$는 10 이하의 소수$\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 136

해설

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합은

$\varnothing$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 5\}$, $\{2,\ 7\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 7\}$, $\{5,\ 7\}$, $\{2,\ 3,\ 5\}$, $\{2,\ 3,\ 7\}$, $\{2,\ 5,\ 7\}$, $\{3,\ 5,\ 7\}$, $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7)\times 8=136$ 이다.

17. $A=\{x|x$는 a의 약수$\}$, $B=\{x|x$는 b의 약수$\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $16\in A\cap B$

㉡ $\{1,\ 2,\ 36\}\subset A\cap B$

㉢ $n(A\cap B)=10$

㉣ $A\cap B\subset\{x|x$는 72의 약수$\}$

㉤ $A\cup B=\{x|x$는 36의 배수$\}$

[배점 5, 상하]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

$A\cap B=\{x|x$는 a, b의 공약수$\}=\{x|x$는 36의 약수$\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18,\ 36\}$

따라서

㉠. $16\notin A\cap B$

㉢. $n(A\cap B)=9$

㉤. $A\cup B\neq\{x|x$는 36의 배수$\}$ 이다.

18. 집합 $S=\{x \mid x<9, x$는 자연수$\}$ 의 부분집합 $A=\{x \mid x\in A$이면 $12-x\in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7 개

해설

$A=\{x \mid x \in A$이면 $12-x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은 $(4,8),\ (5,7),\ (6,6)$ 이다.
따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은
$\{6\}, \{4,8\}, \{5,7\}, \{4,6,8\}, \{5,6,7\}, \{4,5,7,8\}, \{4,5,6,7,8\}$ 로 7 개이다.

19. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, $P(1200)=P(3^5\times 7^n)$ 에서 n 의 값은? [배점 6, 상중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$1200=2^4\times 3\times 5^2$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1)\times(1+1)\times(2+1)=30$ (개)
$3^5\times 7^n$ 의 약수의 개수는
$(5+1)\times(n+1)=6(n+1)$ (개)
$6\times(n+1)=30$ 이므로 $n+1=5$이다.
$\therefore\ n=4$

20. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A)=n(C)$ 이고, $(A\cap B^c)\cup(B\cap C^c)=\varnothing$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 6, 상중]

① $n(A-C)=0$
② $\dfrac{n(C)}{n(A)}\times n(B)=n(C)$
③ $n(A\cap C)=n(B)$
④ $\dfrac{n(A)+n(C)}{2}=n(B)$
⑤ $n((A\cap C)-B)=n(A\cup B\cup C)$

해설

$(A\cap B^c)\cup(B\cap C^c)=\varnothing$ 이면 $A-B=\varnothing$, $B-C=\varnothing$ 이므로 $A\subset B$, $B\subset C$
또, $n(A)=n(C)$, $A\subset C$ 이므로 $A=C$
따라서 $A=B=C$
① $n(A-C)=0\rightarrow A=C$ 이므로 옳다.
② $\dfrac{n(C)}{n(A)}\times n(B)=n(C)\rightarrow 1\times n(B)=n(C)$ 이므로 옳다.
③ $n(A\cap C)=n(B)\rightarrow$옳다.
④ $\dfrac{n(A)+n(C)}{2}=n(B)\rightarrow$옳다.
⑤ $n((A\cap C)-B)=n(A\cup B\cup C)\rightarrow n((A\cap C)-B)=0$ 이므로 옳지 않다.

21. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A-B)\cup(B^c\cup C)^c=\varnothing$ 일 때, $n(B\cap C)-n(A\cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(A-B)\cup(B^c\cup C)^c=\varnothing$ 이므로

$A-B=\varnothing \rightarrow A\subset B$

$(B^c\cup C)^c=\varnothing \rightarrow B-C=\varnothing \rightarrow B\subset C$

$\therefore n(B\cap C)-n(A\cup B)=n(B)-n(B)=0$