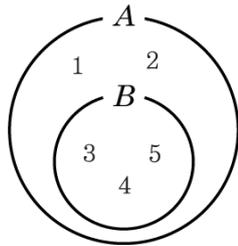


문제 풀이 과제

1. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $5 \in A$
- ② $4 \in A$
- ③ $\{3, 4\} \in A$
- ④ $\{3\} \subset B$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

③ $\{3, 4\} \subset A$

2. 이진법의 수를 아래와 같이 나타낼 때, ■■■□■□을 십진법의 수로 나타내어라.

$0_{(2)} \Rightarrow \square, 1_{(2)} \Rightarrow \blacksquare, 10_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\square, 11_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\blacksquare$
[배점 2, 하중]

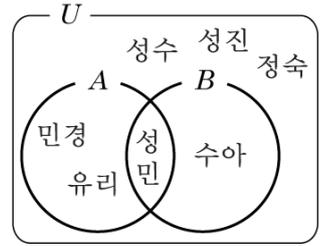
▶ 답:

▶ 정답: 26

해설

■은 1, □은 0 을 나타내므로
 $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 26$

3. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $U = \{\text{성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙}\}$
- ② $B^c = \{\text{유리, 민경, 성수, 성진, 정숙}\}$
- ③ $A - B = \{\text{유리, 민경}\}$
- ④ $B - A = \{\text{수아, 성민}\}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{\text{성수, 성진, 정숙}\}$

해설

④ $B - A = \{\text{수아}\}$

4. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 358 ② 409 ③ 421
- ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 하상]

- ① $a \notin \{a, b\}$ ② $\emptyset \subset \{3\}$
 ③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$ ④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$
 ⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

- ① $a \in \{a, b\}$
 ④ $4 \in \{1, 2, 4\}$
 ⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 13, n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① 10 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$
 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 13 - 5 = 18$ 이므로
 $n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 18 - 5 = 13$ 이다.

7. 두 집합
 $A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$
 에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

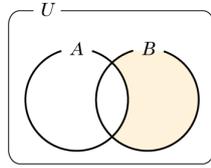
[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 정답: a
 ▶ 정답: g
 ▶ 정답: i
 ▶ 정답: k
 ▶ 정답: o
 ▶ 정답: q

해설

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.
 따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

12. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 21, n(B) = 23, n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수는?

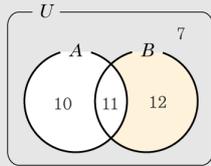


[배점 4, 중중]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 12이다.



13. 3, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 28개 ② 29개 ③ 30개
④ 31개 ⑤ 32개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6의 공배수)+2인 수이므로 3, 5, 6의 최소공배수 30이다.

30의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, ..., 990이다.

따라서 구하는 수는 122, 152, ..., 992이다.

$$122 = 30 \times 4 + 2, 992 = 30 \times 33 + 2$$

$$\therefore 33 - 3 = 30 \text{ (개)}$$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

a 는 2와 4의 배수이면서 약수의 개수가 4개인 수이므로 8이다.
 $\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:
 ▶ 정답: 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

17. $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $16 \in A \cap B$
- ㉡ $\{1, 2, 36\} \subset A \cap B$
- ㉢ $n(A \cap B) = 10$
- ㉣ $A \cap B \subset \{x \mid x \text{는 } 72 \text{의 약수}\}$
- ㉤ $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$

[배점 5, 상하]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉢, ㉣
- ③ ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉠, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
 $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } a, b \text{의 공약수}\} = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 따라서
 ㉠. $16 \notin A \cap B$
 ㉢. $n(A \cap B) = 9$
 ㉤. $A \cup B \neq \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$ 이다.

18. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:
 ▶ 정답: 7개

해설

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,

집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.

9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은 (4, 8), (5, 7), (6, 6) 이다.

따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은

{6}, {4, 8}, {5, 7}, {4, 6, 8}, {5, 6, 7}, {4, 5, 7, 8}, {4, 5, 6, 7, 8} 로 7 개이다.

19. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 30$ (개)

$3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는

$(5 + 1) \times (n + 1) = 6(n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 30$ 이므로 $n + 1 = 5$ 이다.

$\therefore n = 4$

20. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① $n(A - C) = 0$
- ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
- ③ $n(A \cap C) = n(B)$
- ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
- ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B, B \subset C$

또, $n(A) = n(C), A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

21. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 이므로

$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$

$(B^c \cup C)^c = \emptyset \rightarrow B - C = \emptyset \rightarrow B \subset C$

$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$