

확인학습 맞춤교재02

1. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

[배점 2, 하중]

- ① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13
 ④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

㉠

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \quad 121} \\ \underline{3 \quad 11} \end{array}$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 39 \quad 65} \\ \underline{3 \quad 5} \end{array}$$

따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10
 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

- ① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.
 ③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.
 ④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.
 ⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.
 따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라. [배점 2, 하중]

- ① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 ② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 ③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
 ④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

4. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

5. 10 이하의 자연수 중에서 4와 서로소인 자연수의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4와 서로소인 자연수는 1, 3, 5, 7, 9
 따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

6. 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$ 의 최소공배수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 7$ ② $2^3 \times 3$
 ③ $2 \times 3 \times 7$ ④ $2^2 \times 3 \times 7$
 ⑤ $2^3 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$
 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

7. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 12 ② 18 ③ 36 ④ 42 ⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

8. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
 두 수의 최대공약수는 2×3^2
 \therefore 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

9. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

10. 세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?
[배점 3, 하상]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 $A, 2^3 \times 7, 5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7, 5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

11. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① $2 \times 3 \times 7$
- ② $2^2 \times 3^3 \times 7$
- ③ $2 \times 3^2 \times 7$
- ④ $2 \times 3^3 \times 7$
- ⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times$ (최소공배수)
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

12. 두 자연수의 곱이 640 이고 최소공배수가 80 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$640 = 80 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

13. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 360

해설

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{3} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ \underline{5} \end{array}$
---	--	---

$\therefore 12 = 2^2 \times 3 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40 = 2^3 \times 5$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

14. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은

[배점 3, 중하]

- ① {1, 2, 4, 8, 16}
- ② {4, 16, 64, ...}
- ③ {16, 32, 48}
- ④ {4, 8, 16, 32, ...}
- ⑤ {16, 32, 48, 64, ...}

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수로 이루어진 집합이다.

15. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 $A \cap B$ 는?
[배점 3, 중하]

- ① $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 120 \text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 는 12와 20의 최소공배수인 60의 배수의 집합이다.

16. $2^2, 2 \times 3^2, 3 \times 7$ 의 공배수 중에서 20 이상 300 이하인 수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 252

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$ 이므로 공배수는 252의 배수의 집합이다. 그 중 200 이상 300 이하인 수는 252이다.

17. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 16 ② 24 ③ 56
- ④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

18. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① 12, 126 ② 14, 42 ③ 6, 126
- ④ 18, 42 ⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$)라 하면

$$6) \frac{A}{a} \frac{B}{b}$$

최소공배수 $126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 21$ ($a < b$, a, b 는 서로소)

$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$

따라서 $A = 6, B = 126$ 또는 $A = 18, b = 42$

19. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로
도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?
[배점 4, 중중]

- ① 67 ② 99 ③ 100
④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는
수의 갯수는

$$201 - (67 + 51 - 17) = 100$$

20. 세 수 35, 77, 110의 최소공배수를 구하시오.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 770

해설

$$35 = 5 \times 7$$

$$77 = 7 \times 11$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

$$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\therefore 770$$

21. 세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18일 때, 다음
중 A 가 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① 18 ② 30 ③ 36
④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18이므로
 A 는 약수로 18을 가진다.

따라서 18을 약수로 갖지 않는 ② 30은 A 가 될
수 없다.

22. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c, 3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가
315일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3의 지수가 2 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5의 지수가 1 이어야 한다.
 또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7의 지수가 1 이어야 한다.
 따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

23. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c, 2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2의 지수가 3 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5의 지수가 1 이어야 한다.
 또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7의 지수가 1 이어야 한다.
 따라서 $a = 3, b = 1, c = 1$ 이다.

24. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답 : 54
 ▷ 정답 : 90
 ▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \ 3 \times x \ 5 \times x \ 9 \times x \\ 3 \overline{) \ 3 \ 5 \ 9} \\ \underline{1 \ 5 \ 3} \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \ x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

25. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답 : 12
 ▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,

$a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.

60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이
므로

더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.

하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.