

약점 보강 3

1. 다음은 한샘이가 수학 문제를 푼 것이다. 밑줄 친 부분에서 틀린 것은?

[문제] 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{2, 5, 7\}$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.
 [풀이] ㉠ $n(A) = 4$, ㉡ $n(B) = 3$ 이므로
 ㉢ $n(A - B) = n(A) - n(B) = 1$ 이다.

[배점 2, 하하]

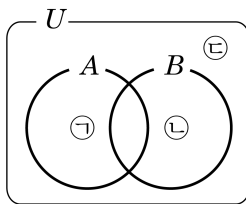
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 4 - 2 = 2$
 틀린 곳은 ㉢이다.

2. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 35$, $n(A) = 20$, $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 10$ 일 때, ㉠, ㉡, ㉢의 원소의 갯수를 차례대로 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠ : 10

▶ 정답 : ㉡ : 7

▶ 정답 : ㉢ : 8

해설

㉠ 부분을 집합으로 나타내면 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$ 이다.
 ㉡ 부분을 집합으로 나타내면 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 17 - 10 = 7$ 이다.
 ㉢ 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B)^C$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 17 - 10 = 27$ 이다.
 따라서 $n((A \cup B)^C) = 35 - 27 = 8$ 이다.

3. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 3×5
 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5$
 곱해야할 가장 작은 자연수는
 $2 \times 5 = 10$

4. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

5. 세 자연수 45, A , 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수 인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는

15, 30, 60, 75 이다.

이 중 가장 큰 수는 75 이다.

6. $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 24 \text{ 의 약수}\}$ 일 때, $C - (A \cap B)$ 를 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은?
[배점 3, 중하]

① {1, 3, 12, 24}

② {1, 4, 6, 12}

③ {1, 3, 4, 6, 12}

④ {1, 4, 6, 8, 12, 24}

⑤ {1, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$\therefore C - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

① {2, 5, 6}

② {2, 5, 6, 7}

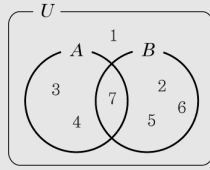
③ {1, 2, 5}

④ {1, 2, 5, 6}

⑤ {1, 2, 5, 6, 7}

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

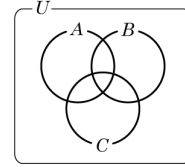
8. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 6 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 28는 42의 약수가 아니다.

9. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① A ② B ③ C
④ $\emptyset$ ⑤ $A - B$

해설

$$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c) \text{ 이므로 } A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A \text{ 이다.}$$

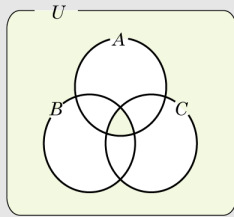
10. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\},$
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \triangle B) \cap (A \triangle C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, \quad n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$
$$\therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 21 = 22$$