약점 보강 2

1. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 3600 ② 4900 ③ 6400
④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.
따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.
$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

2. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
$4 = 10 - n(A \cap B) \quad \therefore \ n(A \cap B) = 6$

3. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$n(A^C) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$

4. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다.
따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

5. 자연수 n 의 약수의 집합을 $A_{(n)}$ 이라고 하자. 즉, 30 의 약수의 집합은 $A_{(30)}$, 75 의 약수의 집합은 $A_{(75)}$ 이다. $A_{(30)} \cap A_{(75)} = A_{(x)}$ 라 할 때, x 의 값은? [배점 5, 중상]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

30 의 약수의 집합과 75 의 약수의 집합의 교집합은 30 과 75 의 최대공약수의 약수의 집합과 같다.
따라서 구하고자 하는 x 는 30 과 75 의 최대공약수와 같다.
$30 = 2 \times 3 \times 5,\ 75 = 3 \times 5^2$ 이므로
30 과 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.
$\therefore\ x = 15$

6. 전체집합 $U = \{x | x$는 8 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x | x$는 8 이하의 홀수$\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$ 가 있다.
전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?

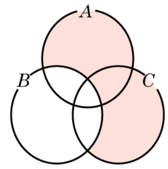
[배점 5, 중상]

① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
③ $\{1, 7\}$ ④ $\{1, 2, 5\}$
⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.
$X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로
$A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.
따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

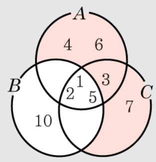
7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

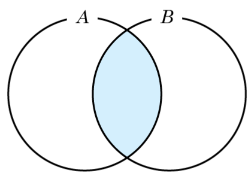
① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$
③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$
⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

8. 70 의 약수의 집합을 A, $2 \times 3^5 \times 7^4$ 의 약수의 집합을 B 라 할 때, 어두운 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

어두운 부분은 $A\cap B$,

$A\cap B=\{x\mid x$는 70과 $2\times 3^5\times 7^4$의 공약수$\}$

$70=2\times5\times7$, $2\times3^5\times7^4$ 의 최대공약수는 2×7

$\therefore\ A\cap B=\{1,\ 2,\ 7,\ 14\}$

9. 전체집합 $U=\{x|x$는 20 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합

$A=\{x|x$는 20 이하의 3의 배수$\}$,

$B=\{x|x$는 20 이하의 4의 배수$\}$,

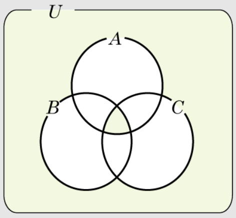
$C=\{1,\ 2,\ 5,\ 7,\ 11,\ 12\}$ 에 대하여 $A\triangle B=(A\cap B)\cup(A\cup B)^c$ 일 때, $n((A\triangle B)\cap(A\triangle C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(A\triangle B)\cap(A\triangle C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$n(A\cap B\cap C)=1,\ n((A\cup B\cup C)^c)=5$

$\therefore\ n((A\triangle B)\cap(A\triangle C))=1+5=6$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U)=34$, $n(A^c\cap B^c)=11$, $n(B-(A\cap B)^c)=6$ 일 때, $n((A\cup B)-(A\cap B))$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$n(U)=34$ 이고 $n(A^c\cap B^c)=11$ 이면, $n(A\cup B)=23$,

$B-(A\cap B)^c=A\cap B$ 이므로 $n(B-(A\cap B)^c)=n(A\cap B)=6$,

$\therefore n((A\cup B)-(A\cap B))=23-6=17$