

약점 보강 1

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

차집합을 구하려면 $n(A \cap B)$ 를 먼저 구해야 한다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 15 - 25 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 20 - 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

2. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?
[배점 2, 하중]

- ① 200 ② 250 ③ 300
④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱) = 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

3. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때, $G \times L = A \times B$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

4. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

5. 720 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

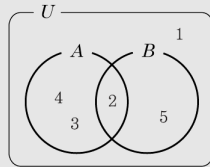
$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로
나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 5이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 4\}$ 이다.



7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 4$
② $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 5$
③ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 4$
④ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 5$
⑤ $n(A - B) : 8$, $n(B - A) : 7$

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5 \\ n(A \cup B) &= n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) \\ 12 &= 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore n(B - A) = 4 \end{aligned}$$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, 다음 중 집합 A 의 부분집합인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

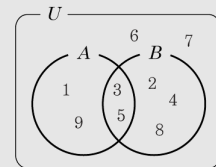
$$\begin{aligned} \neg. A \cap B &= \{3, 5\} \\ \neg. A - B &= \{1, 9\} \\ \sqsubset. (A \cup B)^c &= \{6, 7\} \end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{1, 3, 5, 6\}$
⑤ $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 3, 5, 9\}$ 이다.
따라서 A 의 부분집인 것은 ①, ②이다.



9. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 꼴이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 꼴이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

10. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 로 나타낼 때 $f(420) \times f(a) = 144$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $N(420) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$
 $24 \times N(a) = 144 \quad \therefore N(a) = 6$
약수의 개수가 6 개인 가장 작은 자연수는
 $12 = 2^2 \times 3$ 이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } (\quad) \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{1, 2, 4\}$
일 때, $(\quad)$ 안에 들어갈 수 있는 70 보다 작은 자연수를 모두 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 44

▷ 정답 : 52

▷ 정답 : 68

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $B = \{1, 2, 4, \dots\}$
 $(\quad)$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4 의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24 의 배수를 제외한 수이다.
 $\therefore 4, 20, 28, 44, 52, 68$

12. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(630))$ 의 값을 구하면?
[배점 6, 상중]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$$P(630) = (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$$

,

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$P(P(630)) = P(24) = (3+1) \times (1+1) = 8$$