

단원 종합 평가

1. 이진법의 수로 나타낼 때, 다섯 자리의 수가 되는 십진법의 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$10000_{(2)} = 16$, $11111_{(2)} = 31$ 이므로, 16 부터 31까지의 자연수 16개

2. 다음 중에서 60의 소인수 전체의 집합은?

[배점 3, 하상]

① {2, 3}

② {2, 3, 5}

③ $\{2^3, 3, 5\}$

④ {1, 2, 3, 5}

⑤ {2, 1, 1}

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수의 집합은 {2, 3, 5}이다.

3. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① {1, 2}

② {1, 2, 3}

③ {1, 2, 4}

④ {1, 2, 3, 6}

⑤ {1, 2, 4, 8}

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$$

4. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

[배점 3, 중하]

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

5. 가로와 세로의 길이가 각각 8cm, 18cm, 6cm인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가? [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 432 개

해설

8, 18, 6의 최소공배수는 72이므로
(필요한 벽돌의 수)
 $= (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6)$
 $= 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개})$

6. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

7. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

8. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 5 개, 6 개, 9 개
 ② 6 개, 12 개, 18 개
 ③ 18 개, 12 개, 10 개
 ④ 12 개, 12 개, 12 개
 ⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

참가자들의 수는

120, 144, 156의 최대공약수이므로 12

한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각

$$120 \div 12 = 10, 144 \div 12 = 12, 156 \div 12 = 13$$

9. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 36개, 60개이다. 톱니바퀴 A가 한 번 회전하는데 7분이 걸린다고 할 때, 두 톱니가 같은 이에서 처음으로 맞물리는 때는 회전을 시작하고 몇 분 후인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 35분 후

해설

다시 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 60의 최소공배수인 180개이므로, 톱니바퀴 A는 $180 \div 36 = 5$ (번) 회전해야 한다. 따라서 두 톱니바퀴가 다시 맞물리는 때는 $5 \times 7 = 35$ (분) 후이다.

10. 두 자연수 A와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{a \times b \times c \times d} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}$$

$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$
 따라서, A는 $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7, 2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6개이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B$ 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B는?

[배점 5, 중상]

- ① $\{2, 3, 4\}$ ② $\{3, 4, 5\}$
 ③ $\{3, 4, 5, 6\}$ ④ $\{3, 4, 5, 7\}$
 ⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다. 따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

12. 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 홀수이면 1, 짝수이면 0이라 하고 주사위를 다섯 번 던져서 이진법으로 나타낸 수를 만들려고 한다. 던져서 나온 순서대로 왼쪽부터 써 나갈 때, 세 번째로 큰 수와 세 번째로 작은 수의 차를 십진법으로 나타내어라. (단, 주사위를 던져 첫 번째 나온 수는 3이었다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

주사위를 다섯 번 던져서 나올 수 있는 수 중 세 번째로 큰 수는 $11101_{(2)}$, 세 번째로 작은 수는 $10010_{(2)}$ 이다.
 $11101_{(2)} = 29, 10010_{(2)} = 18$
 $\therefore 29 - 18 = 11$

13. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : (45 + 3) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
 귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : (56 - 2) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
 자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : (77 - 5) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
 이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.
 따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72 의 최대공약수는 6 이고 6 의 약수 중 5 보다 큰 수는 6 뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

14. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
- ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.
 ③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

15. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1 + 1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다. 그러므로 3 이다.