단원 종합 평가

1. 다음 중 12 와 서로소인 수는? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5 와 서로소이다.

2. 156의 소인수를 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$이므로
소인수는 2, 3, 13이다.

3. $A = \{1, a, 5\}, B = \{a+1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은? [배점 3, 중하]

① $\{4\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{4, 7\}$

④ $\{3, 7\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.

4. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 21

▷ 정답: 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

5. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2)\,48 \\ 2)\,24 \\ 2)\,12 \\ 2)\,6 \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

6. 집합 $A = \{1, 2, a, 5\}, B = \{2, b+1, b+2, 6\}$ 이고 $A \cap B = \{2, 4\}$ 라고 할 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 3, 5\}$ ④ $\{1, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 6\}$

해설

$A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 $a = 4, A = \{1, 2, 4, 5\}$ 이다.

(1) $b + 1 = 4$ 일 경우, $A \cap B = \{2, 4, 5\}$ 가 되어 조건에 맞지 않는다.

(2) $b + 2 = 4$ 일 경우, $A \cap B = \{2, 4\}$ 가 되어 조건에 맞는다.

따라서 $A = \{1, 2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 4, 6\}$ 이 되어 $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 5\} \cup \{3, 6\} = \{1, 3, 5, 6\}$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 또는 5 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$

원소 1 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{4-1} = 8$ (개)

원소 5 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{4-1} = 8$ (개)

원소 1, 5 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{4-2} = 4$ (개)

원소 1 또는 5 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$8 + 8 - 4 = 12$ (개)

8. 집합 $A = \{x \mid x$는 8보다 크고 16보다 작은 짝수$\}$에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\varnothing$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

② $\{10, 14, 16\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.

③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개다.

④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개다.

⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개다.

해설

$A = \{10,\ 12,\ 14\}$

③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.

④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.

⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.

9. 다음 보기 중 3 의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$2^4 \times 3$, $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $10111_{(2)}$, $100100_{(2)}$, 282

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

$111_{(2)} = 1 \times 2^2 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$

$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$

$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$

$100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$

따라서 3 의 배수가 아닌 수는 $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $10111_{(2)}$ 의 3 개이다.

10. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$2^4 \times 3 \times x = y^2$

가장 작은 $x = 3$,

$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$

$y = 2^2 \times 3 = 12$

$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

11. 세 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$, $X = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\} = X$, $n = 5$ (최솟값)

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\} = X$,

$n = 10$ (최댓값)

$\therefore\ 10 - 5 = 5$

12. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2,\ 2+3+5 = 10$

13. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로

$a = 3^2 = 9$

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 상하]

① 8 과 27 는 서로소이다.

② 12 의 소인수는 2, 3 이다.

③ 소수의 약수의 개수는 2 이다.

④ 60 의 소인수는 3 개이다.

⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

15. $xy1_{(6)}$ 을 십진법의 수로 나타낼 때, 4 진법의 전개식으로 잘못 써서 계산하였더니 원래 수보다 64 만큼 작아졌다. 이 때, $xy1_{(6)}$ 을 십진법의 수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

$xy1_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + 1$

$xy1_{(6)}$ 를 4 진법의 전개식으로 잘못 계산했다면,

$xy1_{(6)} = x \times 4^2 + y \times 4 + 1$

$\rightarrow x \times 6^2 + y \times 6 + 1 = x \times 4^2 + y \times 4 + 1 + 64$

$\rightarrow 20x + 2y = 64$

$\rightarrow x, y$ 는 6 진법의 수이고 6 보다 항상 작으므로,

$x = 3\ ,\ y = 2$

$\therefore 321_{(6)} = 3 \times 6^2 + 2 \times 6 + 1 \times 1 = 121$