단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{1,2,3,5,8\}$, $B = \{2,5,9,10\}$, $C = \{2,3,5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$는? [배점 3, 하상]

① $\{2,3\}$ ② $\{2,5\}$ ③ $\{2,3,5\}$

④ $\{3,5\}$ ⑤ $\{3,5,8\}$

해설

$B \cap C = \{2,5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2,5\}$ 이다.

2. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가? [배점 3, 하상]

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명

④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

3. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap \varnothing = A$

② $B \cup \varnothing = \varnothing$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

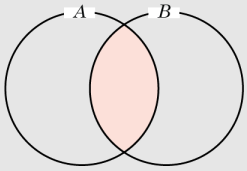
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

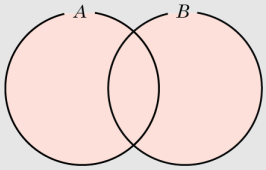
① $A \cap \varnothing = \varnothing$

② $B \cup \varnothing = B$

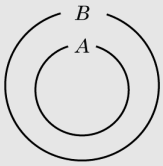
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



4. 100 이하의 자연수 중에서 3 의 배수이거나 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 개

해설

3 의 배수인 집합을 A 라 하고, 4 의 배수인 집합을 B 라 하자.

3 의 배수이면서 4 의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.

3 의 배수이거나 4 의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$n(A) = 33, n(B) = 25, n(A \cap B) = 8$ 이므로

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$x = 33 + 25 - 8$

$x = 50$

5. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

$\therefore (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$ (개)

6. 전체집합 U 의 부분집합을 A, B 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 몇 개인가?

㉠ $\varnothing^c = U$

㉡ $U^c = \varnothing$

㉢ $A \cup A^c = U$

㉣ $A \cap A^c = A$

㉤ $A - B = A \cap B^c$

㉥ $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

[배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉣ $A \cap A^c = \varnothing$

㉥ $A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.

따라서 2 개이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4,\ n$은 자연수$\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3,\ 10,\ 17,\ \cdots\}$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

8. $A = \{x \mid x$는 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 5의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 자연수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$

③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$

⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5, \cdots\}$, $B = \{1,\ 5\}$, $C = \{1,\ 2,\ 3, \cdots\}$

따라서 ③ $B \subset A \subset C$

9. $2^4 < x < 2^5$ 인 자연수 x 를 이진법의 수로 나타내면 n 자리 수가 된다. n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^4 = 10000_{(2)}$, $2^5 = 100000_{(2)}$ 이므로

$10000_{(2)} < x < 100000_{(2)}$

따라서 x 은 5 자리 수이므로 $n = 5$ 이다.

10. 어떤 자연수로 300 을 나누면 12 가 부족하고 200 을 나누면 8 이 부족하고, 100 을 나누면 4 가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$300 + 12 = 312$, $200 + 8 = 208$, $100 + 4 = 104$ 의 최대공약수는 104 이다.

11. 다음 □ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x$는 □미만의 자연수$\}) = 4$

㉡ $n(\{a,\ b,\ c,\ d\}) - n(\{b,\ c,\ d\}) =$ □

㉢ $A \subset \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A의 개수는 □ 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x$는 5 미만의 자연수$\}) = 4$

㉡ $n(\{a,\ b,\ c,\ d) - n(\{b,\ c,\ d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{2,\ 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

12. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는
(2, 3, 5), (2, 3, 7) 의 두 가지 경우이다.
$S(m) = 2+2+3+5$ 또는 $S(m) = 2+3+7$ 이므로
$m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$
따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

13. 다음 식의 결과를 이진법으로 나타내면 끝자리의 0은 몇 개가 연속으로 오는지 구하여라.

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$
$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$
$= 1 \times 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$
따라서 2^8 의 배수이므로 끝자리의 0이 연속으로 8개 온다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A = \{a, b, d, e\}$, $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{a, c, f\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 개

해설

$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A-B) \cup (B-A) = \{a, c, f\}$
이때, $a \in A$ 이므로 $B - A = \{c, f\}$
또, $A - ((A - B) \cup (B - A)) = A \cap B$ 이므로,
$A \cap B = \{b, d, e\}$ 이고,
$(B - A) \cup (A \cap B) = B = \{b, c, d, e, f\}$
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

15. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이다. 이 때 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^{17} \times 5^{20} = 5^3 \times 10^{17}$ 이고, $5^3 = 125$ 이므로 세 자리의 수이다. 따라서 n 은 $3 + 17 = 20$ 이다.