

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{a \mid a \text{는 } 12 \text{의 약수이고, 짝수인 자연수}\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{2, 4\}$ ② $A = \{2, 4, 6\}$
 ③ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ④ $A = \{2, 4, 6, 12\}$
 ⑤ $A = \{2, 4, 6, 8, 12\}$

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이고 이 중에서 짝수는 2, 4, 6, 12 이므로 $A = \{2, 4, 6, 12\}$ 이다.

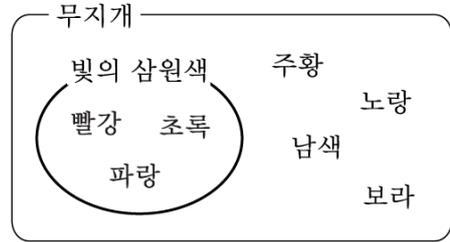
2. 1g, 2g, 2²g, 2³g, 2⁴g, 2⁵g 의 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이들 저울추로 52g 의 무게를 측정하려고 할 때, 사용되는 추를 모두 써라. [배점 3, 하상]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: 2²g
 ▷ 정답: 2⁴g
 ▷ 정답: 2⁵g

해설

$52 = 2^5 + 2^4 + 2^2 = 110100_{(2)}$
 \therefore 사용되는 추: 2²g, 2⁴g, 2⁵g

3. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: 빨강
 ▷ 정답: 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{\text{빨강, 파랑, 초록}\}$ 이다. 따라서 $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 8개

해설

X 는 원소 1과 9를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

5. 세 수 16, 24, 36의 공배수 중 700에 가장 가까운 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 720

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로, 144의 배수 중 700에 가장 가까운 수는 720이다.

6. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
- ㉡ $A \cap B = A$
- ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
- ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
- ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

㉠ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$

㉢ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

7. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b, 2^2 \times 3^b \times c, 2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6이고 최소공배수는 540일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$

8. $2^{13} \times 3^4 \times 5^{10}$ 을 십진법으로 나타내었을 때 끝자리의 연속된 0의 개수는 a 개, 이진법으로 나타내었을 때 끝자리의 연속된 0의 개수는 b 개이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$$2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} = 2^3 \times 3^4 \times 2^{10} \times 5^{10}$$

$$= 2^3 \times 3^4 \times 10^{10}$$

이므로 $a = 10$ 이다.

$$2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} = 3^4 \times 5^{10} \times 2^{13}$$

이므로 $b = 13$ 이다.

$$\therefore 10 + 13 = 23$$

9. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,

$$72 = 2^3 \times 3^2, 126 = 2 \times 3^2 \times 7, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 2 \times 3^2 = 18$$

10. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $2 \times 3 \times 5$
 ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
 ③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$
 ④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$
 ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 3\} \subset X \subset A, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$ 의 3개이다.

12. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 자연수 a 를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 1

▶ 정답: 2

해설

2^a 와 2^2 의 최소공배수가 2^2 이므로 a 는 2 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 되어야 한다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1 과 2 이다.

13. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 18$

▷ 정답: $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

14. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

15. 두 자연수 a, b 의 합은 216 이고 최대공약수는 18 이다. 이 때 ab 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 11664

해설

$a = 18 \times n, b = 18 \times m$ 이라 둘 수 있다.

$$a + b = 18 \times (n + m) = 216$$

$$\rightarrow n + m = 12$$

따라서 (n, m) 이 될 수 있는 순서쌍은
 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6),$
 $(7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 이다.

그런데 $ab = 18 \times 18 \times n \times m$ 이므로 ab 가 최댓
값은 $n = m = 6$ 일 때이다.

$$\therefore ab \text{ 의 최댓값} = 11664$$