

단원테스트 2차

1. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $11 < 11_{(2)} < 111_{(2)}$
- ② $13 < 1101_{(2)} < 18$
- ③ $12 < 10011_{(2)} < 17$
- ④ $11000_{(2)} < 111_{(2)} < 10$
- ⑤ $12 < 1101_{(2)} < 1110_{(2)}$

해설

- ① $11_{(2)} = 3$ 이므로 $11_{(2)} < 11$
- ② $1101_{(2)} = 13$ 이므로 $13 = 1101_{(2)}$
- ③ $10011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 19$ 이므로 $17 < 10011_{(2)}$
- ④ $11000_{(2)} > 111_{(2)}$
- ⑤ $1101_{(2)} = 13$ 이므로 $12 < 1101_{(2)}$

2. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- ㉠ 6의 약수의 모임
- ㉡ 100보다 큰 수 중에 100에 가까운 수들의 모임
- ㉢ 100보다 큰 모든 자연수들의 모임
- ㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임
- ㉤ 잘생긴 남학생의 모임

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘잘생긴’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

3. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B, B \not\subset D$ 일 수 있다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

4. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A), S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 290

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
각 원소를 아무렇게 배열해도 원소의 합은 같다.
 $\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + (30 + 50) = 290$

5. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 32 개 ② 64 개 ③ 128 개

- ④ 256 개 ⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개) 이므로 $n(B) = 8$ 이다.
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는
 $2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개) 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

7. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

8. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 층 ② 3 층 ③ 5 층
④ 7 층 ⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

9. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 40 \text{이하의 자연수}\}$, $n(A) = 12$, $n(B) = 14$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 를 구한 것은? . [배점 5, 중상]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 14$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 26 - 5 = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 21 = 19$$

10. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$\text{최대공약수가 } d \times 5,$$

$$\text{최소공배수가 } 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$$

$$\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$