

단원테스트 1차

1. 두 수 $1101_{(2)}$ 과 A 사이의 자연수의 갯수가 5 개일 때, A 를 이진법의 수로 나타내면? (단, A 는 자연수이고 $A > 1101_{(2)}$ 이다.) [배점 4, 중중]

- ① $10000_{(2)}$ ② $1001_{(2)}$ ③ $10010_{(2)}$
 ④ $10011_{(2)}$ ⑤ $10100_{(2)}$

해설

$1101_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 1 = 13$
 13 과 A 사이의 자연수가 5 개 이므로 $A = 19$
 $19 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 10011_{(2)}$

2. 세 집합 $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $B \cup (C \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 87

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1, \dots\} = \{1, 3, 5, \dots\}$ 즉 홀수의 집합과 일치한다.
 $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이다.
 먼저 C 와 A 의 교집합을 구하면 $\{1, 3, 9\}$ 이다.
 $B \cup (C \cap A) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$
 따라서 모든 원소의 합을 구하면 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 17 + 19 = 87$

3. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 273

해설

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고, 두 수는 최대공약수 21 의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.
 $\therefore 105 + 168 = 273$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고, A, B 의 부분집합의 개수가 각각 16개, 32개일 때, $n(A \cap B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

A, B 의 부분집합의 개수가 각각 16개, 32개이므로 $n(A) = 4, n(B) = 5$ 이다.
 한편 $A \subset B$ 에서 $A \cap B = A$ 이므로 $n(A \cap B) = n(A) = 4$ 이다.
 또한 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 4 = 1$ 이다.
 따라서 $n(A \cap B) + n(B - A) = 4 + 1 = 5$ 이다.

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

$$B \subset A, \{1, 3\} \subset B, n(B) = 5$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 12\},$
 $\{1, 2, 3, 6, 12\}, \{1, 3, 4, 6, 12\}$

6. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 64 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 가 동시에 성립하기 위한 $\square$ 의 값을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
 집합 A 를 포함하면서 집합 C 에 포함되는 집합이 되려면 $\square$ 는 64의 약수 중 8의 배수여야 한다.
 따라서 $\square = 8, 16, 32, 64$

7. 세 수 $\frac{16}{75}, \frac{28}{45}, \frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$ 라 하면

a 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A \cup B = B \cup A$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$
 ③ $A \cap A = \emptyset$
 ④ $B \cap \emptyset = \emptyset$
 ⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

9. 두 집합 $A = \{x | 1 \leq x \leq 20 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 약수의 개수가 2개인 자연수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 20 이하의 소수의 집합이므로
 $A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 8$

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

10. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 갭

오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.

입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.

선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢