

단원 종합 평가

1. 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개
④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$$2^4 = 16 \text{ (개)}$$

2. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (n+1) = 20$
 $\therefore n = 4$

3. 세 집합

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 를 구하여라. [배점 3, 중하]}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 0,$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$n(B) = 4,$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\} \text{ 이므로}$$

$$n(C) = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A) + n(B) + n(C) = 7 \text{ 이다.}$$

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 3, 중하]

- ① $B = \{x | x \text{는 20 이하의 홀수}\}$
② $B = \{x | x \text{는 13 이하의 자연수}\}$
③ $B = \{x | x \text{는 3의 배수}\}$
④ $B = \{x | x \text{는 14보다 작은 홀수}\}$
⑤ $B = \{x | x \text{는 2 이상 15 이하의 자연수}\}$

해설

$$A \subset B \text{ 이고, } B \subset A \text{ 이면, } A = B \text{ 이다.}$$

따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

- ① $B = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$
② $B = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$
③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
④ $B = \{1, 3, 5, \dots, 13\}$
⑤ $B = \{2, 3, 4, \dots, 15\}$

5. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가? [배점 3, 중하]

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{6 \quad 15 \quad 13} \end{array}$$

∴ 4다발

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,
 $n(A \cup B) = n(A) = 25$,
 $n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$
 $\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

7. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은? [배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 3^2$ ② 11^{11}
 ③ $3^2 \times 5 \times 7^2$ ④ 5×7^5
 ⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

- ① $(3 + 1) \times (2 + 1) = 4 \times 3 = 12$ (개)
 ② $11 + 1 = 12$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)
 ④ $(1 + 1) \times (5 + 1) = 2 \times 6 = 12$ (개)
 ⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ (개)

8. $A = \{x \mid x \text{는 } 49 \text{의 소인수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 42 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $A \cup B$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 7\}$ ② $\{2, 3, 7^2\}$
 ③ $\{7^2, 21\}$ ④ $\{2, 7, 21\}$
 ⑤ $\{6, 7\}$

해설

$49 = 7^2$ 이므로 49의 소인수는 7, 따라서 $A = \{7\}$
 $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로 42의 소인수는 2, 3, 7이다.
 따라서 $B = \{2, 3, 7\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 3, 7\}$

9. 자연수 a, b, c 에 대하여 $750a = 180b = c^2$ 이 성립할 때, c 의 최솟값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$750a = 2 \times 3 \times 5^3 \times a$, $180b = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times b$,
위 두 식이 가장 작은 c^2 의 형태가 되려면,
 $a = 2 \times 3 \times 5$, $b = 5^3$ 이어야 한다.
따라서,
 $c^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^4$
 $\therefore c = 150$

10. 어떤 역에는 각각 45 분, 1 시간 15 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 6 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 9 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 6 시와 오후 9 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라 할 때, A, B 에 들어갈 수 있는 모든 숫자의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 45 와 75 의 공배수이므로 $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 의
최소공배수는 $3^2 \times 5^2 = 225$ (분) 이다.
따라서 오전 6 시와 오후 9 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은
오전 6 시+225 분= 오전 9 시 45 분
오전 6 시+450 분= 오후 1 시 30 분
오전 6 시+675 분= 오후 5 시 15 분이다.
 $\therefore$ 오전 9 시 45 분, 오후 1 시 30 분, 오후 5 시 15 분
 $\therefore 9 + 45 + 1 + 30 + 5 + 15 = 105$

11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개 인 수이므로 8 이다.
 $\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

12. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = X$, $n = 5$ (최솟값)

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = X$,

$n = 10$ (최댓값)

$\therefore 10 - 5 = 5$

13. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$, $162 = 2 \times 3^4$ 에서

$n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$

$n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$

$n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$

$20 \div 10 \times n(x) = 20$

$\therefore n(x) = 10$

$10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1)$ 이므로

가장 작은 $x = 2^4 \times 3 = 48$

$\therefore 48$

14. 자연수를 다음과 같이 일렬로 나열된 전구를 끄고 켜는 것으로 나타내려고 한다. 1부터 100까지의 자연수를 모두 나타내려면 전구는 최소한 몇 개가 필요한지 구하여라.

1	   
2	   
3	   
4	   

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

$2^6 < 100 < 2^7$ 인 수이므로 100은 이진법으로 나타내면 7자리가 된다.

따라서 전구는 최소 7개 이상이 필요하다.

15. $n \times 5^2 \times 7^4$ 의 약수의 개수가 105개일 때, n 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,
 $n = a^k$ 라 두면,

$$(k + 1) \times 3 \times 5 = 105$$

$$\rightarrow k + 1 = 7, k = 6$$

$$\therefore n \text{ 의 최솟값} = 2^6 = 64$$