약점 보강 2

1. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}$, $B = \{6, 8, 10\}$, $C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은? [배점 3, 하상]

① $\{2\}$ ② $\{8\}$
③ $\{2, 8\}$ ④ $\{2, 8, 10\}$
⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C = \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} = \{2, 8\}$ 이다.

2. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

3) 75
5) 25
5

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
따라서 원소가 4 개인 A 의 부분집합은
$\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$, $\{1, 2, 3, 12\}$, $\{1, 2, 4, 6\}$, $\{1, 2, 4, 12\}$, $\{1, 2, 6, 12\}$, $\{1, 3, 4, 6\}$, $\{1, 3, 4, 12\}$, $\{1, 3, 6, 12\}$, $\{1, 4, 6, 12\}$, $\{2, 3, 4, 6\}$, $\{2, 3, 4, 12\}$, $\{2, 3, 6, 12\}$, $\{2, 4, 6, 12\}$, $\{3, 4, 6, 12\}$
15 개다.

4. 72 의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.
$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
$(x + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)가 되어야 한다.
$\therefore\ x = 3$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 30, n(B) = 15, n(B \cap A^c) = 7, n(A) = 13$ 일 때, $n(A \cap B^c)$ 을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$n(B) = 15, n(B - A) = 7$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(A \cap B^c) = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 13 - 8 = 5$ 이다.