

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$ 과 $\{3\}$ 이다.
⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

2. 가로 길이가 16 cm, 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?
[배점 3, 하상]

- ① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm
④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \ 5} \end{array}$$

3. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.
 $\therefore a+3 = 7, a = 4$
 $8 \in B \therefore b = 8$
 $\therefore a+b = 4+8 = 12$

4. 가로 길이가 4cm, 세로 길이가 6cm, 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?
[배점 3, 중하]

- ① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개
④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

5. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.
 8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$
 40 의 배수 : 40, 80, 120...
 따라서, 구하는 두 자리 수는 $40+7=47$, $80+7=87$ 이다.

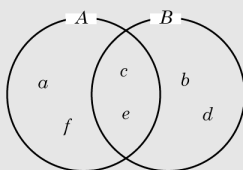
6. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, 집합 A 는 ?

[배점 4, 중중]

- ① $\{a, c, e\}$ ② $\{a, c, f\}$
 ③ $\{a, c, e, f\}$ ④ $\{a, b, c, f\}$
 ⑤ $\{a, b, e, f\}$

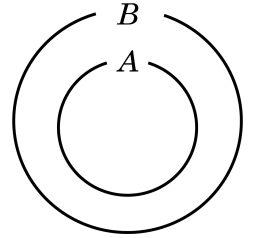
해설

$B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



그러므로 집합 A 는 $\{a, c, e, f\}$ 가 된다.

7. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 5보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 5 이하의 자연수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 12의 약수}\}$
 ⑤ $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함 관계 없음
 ② $B \subset A$
 ③ $A \subset B$
 ④ 포함 관계 없음
 ⑤ $A \subset B$

8. 다음 중 옳은 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
 ③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 1$
 ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
 ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 mathematics에 있는 알파벳}\}) = 11$

해설

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이거나 $A \not\subset B$
- ③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 0 + 1 + 1 = 2$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$
- ⑤ $n(\{m, a, t, h, e, i, c, s\}) = 8$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(A \cap B) = 11$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 14, \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46, \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\ 46 &= 36 + n(B) - 11 \\ \therefore n(B) &= 21 \end{aligned}$$

10. $10001_{(2)}$ 과 $10111_{(2)}$ 사이에 있는 짝수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

이진법으로 나타낸 수를 십진법으로 나타내면

$$10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1 = 16 + 1 = 17$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23$$

따라서 17과 23 사이에 있는 짝수의 개수는 18, 20, 22 의 3개이다.

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(B) = 8$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $A \cap C = \emptyset$, $n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

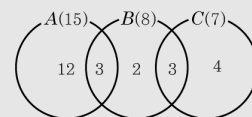
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

12. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

① $A \cap A^c = \phi$

② $(B^c)^c = B \neq A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

13. 어떤 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 72

해설

$a) \begin{array}{r} 2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 원소가 3 개인 부분집합은

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$ 의 10 개이고,

이 부분집합들에는 집합 A 의 원소가 6 개씩 들어 있으므로, $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 6 = 90$ 이 된다.

15. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 9 \times 10$ 을 십진법으로 나타낼 때, 끝자리에 연속한 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2개

해설

십진법으로 나타낼 때 끝자리에서 계속되는 0의 개수는 10의 거듭제곱과 관계가 있다. 즉, 10의 배수가 아닌 자연수 a 에 대하여 $N = a \times 10^n$ 일 때, N 의 끝자리에서 계속되는 0은 n 개이다.

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ &= 3^4 \times 7 \times (2^8 \times 5^2) \\ &= 3^4 \times 7 \times 2^6 \times (2^2 \times 5^2) \\ &= 3^4 \times 7 \times 2^6 \times 10^2 \end{aligned}$$

따라서 끝자리에서 연속되는 0은 2개이다.