

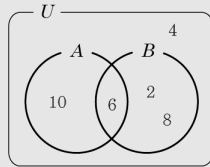
약점 보강 1

1. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}$, $B - A = \{2, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{6\}$ ③ $\{10\}$
④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.

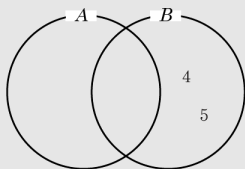


2. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B - A = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 A 는?
[배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 2\}$
④ $\{1, 2, 3\}$ ⑤ $\{4, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이다.



3. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

4. 어떤 수로 37 을 나누면 1 이 남고 116 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

36 과 120 의 최대공약수이므로 12 이다.

5. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

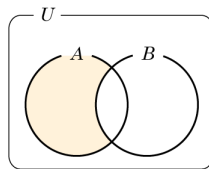
집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

6. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



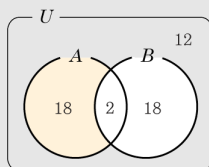
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 18 개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18 이다.



7. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 120cm, 1800 개 ② 120cm, 3000 개
③ 200cm, 3600 개 ④ 240cm, 3600 개
⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10의 최소공배수이므로 240이다.

한 모서리의 길이는 240cm 이고,

필요한 벽돌의 개수는

$$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600 \text{ (개) 이다.}$$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가

2 개인 부분집합은

$\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 의 6개이다.

9. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수가 36개일 때, $x + y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
 $(x+1) \times (y+1) = 18$
 $18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
 $x+1 = 2, y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9, y+1 = 2$ 일 때,
 $x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$
 그러므로 $x + y = 9$
 $x+1 = 3, y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6, y+1 = 3$ 일 때,
 $x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$
 그러므로 $x + y = 7$

10. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
[배점 5, 중상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

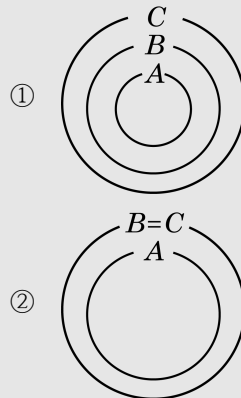
해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
 공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4개이므로
 최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.)
 또는 a^3 꼴이어야 한다.
 따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9의 4개이다.

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
 ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
 ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



- ③ 예를 들어 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
 ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
 ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

12. 집합 $A_N = \{x | x \text{는 } N \text{의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, N 의 최솟값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개라면,

A_N 의 부분집합의 개수는 8 개이다.

원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$

집합 A_N 의 원소의 개수는 3 개이다.

N 의 약수의 개수가 3 개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.

따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.