단원테스트 2차

1. 다음 중에서 옳은 것은?

- ㉠ $111_{(2)} = 2^3$
- ㉡ $100100_{(2)} < 5^2$
- ㉢ $11011_{(2)}$ 보다 1 큰 수는 $11111_{(2)}$ 이다.
- ㉣ $52 = 110100_{(2)}$
- ㉤ 이진법으로 나타낸 수 $1111_{(2)}$ 는 2로 나누어 떨어진다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $111_{(2)} = 7$
- ㉡ $100100_{(2)} = 36 > 5^2 = 25$
- ㉢ $11011_{(2)} + 1 = 27 + 1 = 28 = 11100_{(2)}$
- ㉤ 일의 자리의 숫자가 1이므로 홀수이다.

2. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

$$A \subset B, B \subset D, C \subset D, D \subset E$$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ② 집합 B 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ③ 집합 C 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ④ 집합 B 는 집합 C 의 부분집합이다.
- ⑤ $D \subset C$ 이면, $A \subset C$ 이다.

해설

④ 집합 B 가 집합 C 의 부분집합인지는 주어진 조건만으론 알 수 없다.

3. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 0$
- ㉡ $4 \subset \{1, 2\}$
- ㉢ $0 \in \emptyset$
- ㉣ $A \subset (A \cup B)$
- ㉤ $A \in (A \cap B)$
- ㉥ $\phi \subset \{\emptyset\}$
- ㉦ $0 \subset \{0\}$
- ㉧ $0 \notin \emptyset$
- ㉨ $n(\emptyset) = 1$
- ㉩ $n(\{0\}) = 1$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉢, ㉣
- ② ㉡, ㉥, ㉨
- ③ ㉠, ㉡, ㉥
- ④ ㉢, ㉥, ㉩
- ⑤ ㉥, ㉨, ㉩

해설

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
- ㉡ $4 \notin \{1, 2\}$
- ㉢ $0 \in \{0\}$
- ㉣ $0 \notin \emptyset$
- ㉤ $n(\emptyset) = 0$
- ㉥ $A \subset (A \cup B)$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\}$
 에 대하여 $P = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$,
 $Q = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 일 때,
 $P \cap Q$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: {3, 4, 5, 6}

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\} = \{2, 3, 5\}$
 먼저 집합 P 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	3	4	6
3	4	5	7
5	6	7	9

$\therefore P = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

다음으로 집합 Q 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	2	4	8
3	3	6	12
5	5	10	20

$\therefore Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20\}$

그러므로 $P \cap Q = \{3, 4, 5, 6\}$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여
 $x \subset A, x \neq A$ 인 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$ 이고, x 는 A 의 진부분집합이다. 따라서 x 의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개) 이다.

6. 두 분수 $\frac{21}{16}, \frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$
 ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{ ① 이다.}$$

① 을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

7. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
A 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 7^z$ (x, y, z 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y, z = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

8. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

9. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m 를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1 시간씩 달리기 연습을 한다.
㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
㉣ 평균이 85 점 이상인 학생은 우등생이다.
㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
㉦ 10 에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
㉡ '좋은' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
㉢ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
㉣ '비교적' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
㉤ '아름다운' 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 37 - 5 = 32$$