약점 보강 2

1. 두 자연수의 최대공약수가 5 , 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은? [배점 2, 하중]

① 200 ② 250 ③ 300

④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

2. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는? [배점 2, 하중]

① 42 ② 84 ③ 90

④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$84 = 1 \times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 84 이다.

3. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$ 의 부분집합인 것을 고르면? [배점 3, 하상]

① $\{0, 2\}$ ② $\{1, 4\}$ ③ $\{1, 2, 6\}$

④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x$는 6의 약수$\} = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$
따라서 $\{1, 2, 6\} \subset A$ 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 2의 배수$\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4 개 인 부분집합 X 는
$\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $\{2,\ 4,\ 6,\ 10\}$, $\{2,\ 4,\ 8,\ 10\}$, $\{2,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $\{4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 의 5 개 이다.

5. 사탕 75 개, 초콜릿 102 개, 풍선껌 153 개를 수학 반 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕이 3 개, 초콜릿이 6 개, 풍선껌이 9 개가 남았다. 가능한 수학 반 학생 수를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

75 보다 3 작은 수, 102 보다 6 작은 수, 153 보다 9 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 72, 96, 144 의 공약수 중 가장 큰 나머지인 9 보다 큰 수를 구한다.

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 72 & 96 & 144 \\ 2 & 36 & 48 & 72 \\ 2 & 18 & 24 & 36 \\ 3 & 9 & 12 & 18 \\ & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

∴ 최대공약수 : $2\times2\times2\times3=24$

최대공약수인 24 의 약수 중 9보다 큰 수는 12 와 24 이다. 따라서 12 명 또는 24 명이다.

6. 가로의 길이가 18cm , 세로의 길이가 12cm 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 하나. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 216 개

해설

가로의 길이 18 , 세로의 길이 12 , 높이 8 의 최소공배수는 72 이다.

(가로) = 72÷18 = 4(개)

(세로) = 72÷12 = 6(개)

(높이) = 72÷8 = 9(개)

∴ (필요한 벽돌 수) = $4\times6\times9=216$(개)

7. 가로, 세로, 높이가 각각 6, 12, 10 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 300 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 12, 10 의 최소공배수이므로 60 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(60\div6)\times(60\div12)\times(60\div10)=10\times5\times6=300$(개) 이다.

8. 전체집합 $U=\{x|x$는 15 이하의 소수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A\cap B=\varnothing$, $(A\cup B)^c=\varnothing$ 이고, $B=\{2, 11, 13\}$ 일 때, 집합 A 를 구하면? [배점 3, 중하]

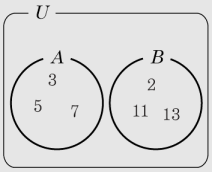
① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$U = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13\}$
주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ A = \{3,\ 5,\ 7\}$

9. 두 집합 $A = \{11,\ 13\}$, $B = \{9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13 을 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

10. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ \{1,\ 2\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 의 원소의 개수는 4 개이므로, $2^4 = 16$ (개)

11. 집합 $A = \{5,\ 8,\ 12,\ 15,\ 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 5 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17 로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.
$\therefore\ 32 - 8 = 24$ (개)

12. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$

의 4 개이다.

13. 집합 $A = \{x | x$는 20 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 <u>않는</u> 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$2^{10-2-7} = 2^1 = 2$(개)

14. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 2 & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 7 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 7 = 28$

2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28 + 1 = 29$ 이다.

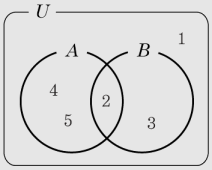
15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A - B = \{4, 5\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 는? [배점 4, 중중]

① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 3\}$

④ $\{3, 4\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{2, 3\}$ 이다.



16. 전체집합 $U = \{x|x$는 15 이하의 홀수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A \cap B^c = \{3,5\}, B - A = \{7,11\}, A \cap B = \{13,15\}$ 일 때, $(A \cup B)^c$ 는? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{9\}$
④ $\{1,7\}$ ⑤ $\{1,9\}$

해설
$U = \{1,3,5,7,9,11,13,15\}$, $A \cap B^c = \{3,5\}, B - A = \{7,11\}, A \cap B = \{13,15\}$
이므로 $(A \cup B)^c = \{1, 9\}$ 이다.

17. 전체집합 $U = \{x|x$는 15 이하의 홀수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A \cap B^c = \{3,5\}, B - A = \{7,11\}, A \cap B = \{13,15\}$ 일 때, $(A \cup B)^c$ 는? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{9\}$
④ $\{1,7\}$ ⑤ $\{1,9\}$

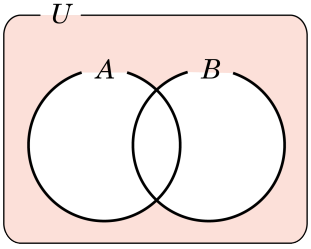
해설
$U = \{1,3,5,7,9,11,13,15\}$, $A \cap B^c = \{3,5\}, B - A = \{7,11\}, A \cap B = \{13,15\}$
이므로 $(A \cup B)^c = \{1, 9\}$ 이다.

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고, A, B 의 부분집합의 개수가 각각 16개, 32개일 때, $n(A \cap B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 5

해설
A, B 의 부분집합의 개수가 각각 16개, 32개이므로 $n(A) = 4$, $n(B) = 5$ 이다.
한편 $A \subset B$ 에서 $A \cap B = A$ 이므로
$n(A \cap B) = n(A) = 4$ 이다.
또한 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 4 = 1$ 이다.
따라서 $n(A \cap B) + n(B - A) = 4 + 1 = 5$ 이다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 22$, $n(B) = 27$, $n(A \cap B) = 15$ 이다. 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분의 원소의 개수가 10개일 때, $n(U)$ 는? [배점 5, 중상]



① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

해설
색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.
색칠된 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.
$n(A \cup B) = 22 + 27 - 15 = 34$ 이므로 $n(U) = 34 + 10 = 44$ 이다.

20. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

[배점 5, 중상]

① 100 ② 200 ③ 300

④ 400 ⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$