

단원 종합 평가

1. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가? [배점 3, 하상]

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명
④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 + 2 = 28$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 4 (명)

2. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 15 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12\}$$

원소 3 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 \text{ (개)}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 \text{ (개)}$$

원소 3, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-2} = 4 \text{ (개)}$$

원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$8 + 8 - 4 = 12 \text{ (개)}$$

4. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a , b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$$2^5 \times 3, \quad 2^3 \times 3 \times 5, \quad 2^4 \times 3^2 \times 7$$

[배점 3, 중하]

- ① 400 ② 410 ③ 420
④ 430 ⑤ 440

해설

$$2^5 \times 3$$

$$2^3 \times 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{최대공약수 : } 2^3 \times 3 = a$$

$$\text{최소공배수 : } 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

5. 다음 중 12 의 배수는? [배점 3, 중하]

- ① 90 ② 126 ③ 288
④ 352 ⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

6. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이상 } 20 \text{미만의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지
않은 것은? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B \cap C = \{4\}$
② $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 24\}$
③ $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 4\}$
④ $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 4, 12\}$
⑤ $(A \cup B) \cap C = \{12\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

- ① $A \cap B \cap C = \emptyset$
④ $(A \cup B) \cap C = \{12\}$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,
 $n(A \cup B) = n(A) = 25$,
 $n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$
 $\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

8. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 5 개, 6 개, 9 개
② 6 개, 12 개, 18 개
③ 18 개, 12 개, 10 개
④ 12 개, 12 개, 12 개
⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

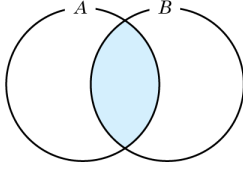
참가자들의 수는

120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12

한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각

$120 \div 12 = 10$, $144 \div 12 = 12$, $156 \div 12 = 13$

9. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$ 를 나타내는 벤 다이어그램이 다음 그림과 같을 때, 색칠한 부분에 속하는 모든 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 24

해설

그림에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 A 와 B 의 교집합이고,
 A 와 B 의 교집합은 28 과 42 의 공약수의 집합이다.

$$28 = 2^2 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ 이므로}$$

색칠한 부분 즉, A 와 B 의 교집합은 $\{1, 2, 7, 2 \times 7\}$ 이고

따라서 원소의 합은 24 이다.

10. 두 분수 $\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 1

▶ 정답: 23

해설

$\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 5, 중상]

① $\{2, 3, 4\}$

② $\{3, 4, 5\}$

③ $\{3, 4, 5, 6\}$

④ $\{3, 4, 5, 7\}$

⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 16 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, B = \{2, 3\}$
 집합 X 는 원소 2 와 3 을 포함하는 집합 A 의
 부분집합이므로 부분집합의 개수는
 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)

13. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로
 $2^{11}, 3^{11}, \dots$
 소인수가 2 개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$
 $2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$
 $2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$
 소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$
 $2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$
 따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는
 84이다.
 $\therefore 84 - 60 = 24$

14. 온도가 15°C 인 방에 온풍기와 전구 2 개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A 는 3 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B 는 5 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2 개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1 분에 0.1°C 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는 0.1°C 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2 개를 연결한 지 2 시간 후의 방의 온도를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19°C

해설

전구 A 는 6 분 주기를 갖고 전구 B 는 8 분의 주기를 가지므로, 전구 A 와 B 는 24 분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24 분 동안 A , B 가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,
 전구 A 가 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분, 18 ~ 21 분
 전구 B 가 켜지는 시간 : 0 ~ 5 분, 8 ~ 13 분, 16 ~ 21 분
 → 전구 A ,B 가 동시에 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 8 ~ 9 분, 12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분
 → 24 분 중 A ,B 가 동시에 켜지는 시간은 총 8 분이고, 이것은 24 분 동안 온풍기가 8 분간 켜지고 16 분간 꺼지 있다는 것을 말하므로, 매 24 분마다 온도는 0.8°C 씩 올라간다.
 $\therefore$ 2 시간 후의 방의 온도 = $15 + \left(\frac{120}{24}\right) \times 0.8 = 19$ ($^\circ\text{C}$)

15. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \triangle$$

x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{개})$$