

단원테스트 1차

1. 두 수 $1101_{(2)}$ 과 A 사이의 자연수의 갯수가 5 개일 때, A 를 이진법의 수로 나타내면? (단, A 는 자연수이고 $A > 1101_{(2)}$ 이다.) [배점 4, 중중]

- ① $10000_{(2)}$ ② $1001_{(2)}$ ③ $10010_{(2)}$
 ④ $10011_{(2)}$ ⑤ $10100_{(2)}$

해설

$1101_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 1 = 13$
 13 과 A 사이의 자연수가 5 개 이므로 $A = 19$
 $19 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 10011_{(2)}$

2. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는? [배점 5, 중상]

- ① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고,
 $5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
 따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

3. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B$, $B \not\subset D$ 일 수 있다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

4. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{2, 3, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$A \times B = \{(2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 5), (5, 1), (5, 5), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$A \times C = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3), (6, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \emptyset$$

$$\text{따라서 } n((A \times B) \cap (A \times C)) = 0$$

5. 소수 97 은 각 자리의 숫자를 바꾸면 79 가 되어 역시 소수가 된다. 이처럼 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 50 보다 작은 두 자리의 소수를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 37

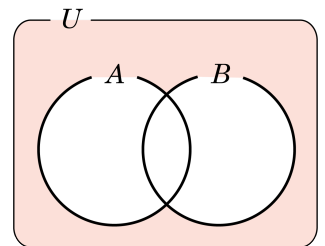
해설

에라토스테네스의 체를 이용하여 50 보다 작은 두 자리 소수를 구하면 다음과 같다.

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

이 중 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 수를 찾아 적으면 11, 13, 17, 31, 37 이다.

6. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.

따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체 집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.

$$n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33 \text{ 이므로 } n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12 \text{ 이다.}$$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 54 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

n 은 54를 뺀 54의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27이다. 따라서 7개이다.

8. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

9. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다.
밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 갸

오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.

입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.

선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$