

단원 종합 평가

1. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$
 $\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

2. 156의 소인수를 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
소인수는 2, 3, 13이다.

3. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10^n \text{에 가장 가까운 } 11 \text{의 배수}\}$
 $, \{n \text{은 자연수}\}$ 의 원소를 작은 순서대로
 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$
을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수
이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해
보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

5. 어떤 수로 35를 나누면 3이 남고 118을 나누면 2가
모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

[배점 3, 중하]

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

32와 120의 최대공약수이므로 8이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
② $\{2, 4, 5, 6\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는
 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

$$\textcircled{4} \{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$$

7. 세 자연수의 비가 $2:4:7$ 이고, 최소공배수가 392일
때, 세 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 28

▷ 정답: 56

▷ 정답: 98

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $4 \times x$, $7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 2 \times x \quad 4 \times x \quad 7 \times x \\ 2) \quad \quad 2 \quad \quad 4 \quad \quad 7 \\ \hline \quad \quad 1 \quad \quad 2 \quad \quad 7 \end{array}$$

$$x \times 2 \times 2 \times 7 = 392$$

$$x = 14$$

따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.

8. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② 24 ③ $2^2 \times 3$
④ 18 ⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3$

9. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는
자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

(준식) = $x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2$, $b = 3$, $c = 1$
이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

10. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은
60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서
같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴
돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a + b$ 의
값은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지
걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$ (바퀴), 동생은 $180 \div 60 = 3$ (바퀴) 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

11. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가
있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의
합이 32, $A \cup B$ 의 원소의 합이 62 일 때, 집합 B 의
원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50이다.

집합 A 의 원소의 합이

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32 \text{ 이고,}$$

$$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$$

이므로

집합 B 의 원소의 합은

$$a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$$

$$32 + 6b = 50 \text{ 이므로 } b = 3 \text{ 이 된다.}$$

교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합 A 와 B 의 원소
이므로 각각 3을 더한 7, 10, 12도 집합 B 의 원소가 된다.

또 집합 B 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.

$$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

12. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$$a = 5 \times m, b = 5 \times n \text{ 이라 두면,}$$

$$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10,$$

$$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$$

$$\therefore (\text{순서쌍 } (a, b) \text{의 개수}) = 4 \text{ (개)}$$

13. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$12 = 2^2 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

이므로,

$$a \text{ 값이 될 수 있는 수는 } 2^x \times 3^y \times 11$$

(x, y 는 0 또는 1 또는 2)이며,

최솟값을 가질 때는 x, y 가 0일 때이므로 a 의 최솟값은 11이다.

14. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$$P = \{3x + 1 | x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$$

$$= \{4, 7, 10, 13, 16\}$$

$$A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$$

$A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

15. 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$