

단원 종합 평가

1. $A = \{1, 2, a+1\}, B = \{a-1, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $A - B$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{1, 3\}$
 ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{5\}$

해설

$A \cap B = \{5\}$ 이므로 $a+1 = 5, a = 4$ 이다.
 따라서 $A = \{1, 2, 5\}, B = \{3, 5\}$ 이므로 $A - B = \{1, 2\}$ 이다.

2. 다음 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 수의 차를 구하여라.

$1001010_{(2)} \quad 43158$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 36

해설

$1001010_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
 $1 \times 2^6 = 64$
 $43158 = 4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10 + 8 \times 1$
 $1 \times 10^2 = 100$
 $\therefore 100 - 64 = 36$

3. 두 집합 $A = \{a-3, 2, 6, 7\}, B = \{1, 2, 3b, 2a-1\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다
 $a-3 = 1$
 $\therefore a = 4$
 $B = \{1, 2, 3b, 7\}$
 $3b = 6$
 $\therefore b = 2$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43, n(B) = 28, n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 29

해설

$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$
 $n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$
 $\therefore n(A - B) + n(B - A) = 22 + 7 = 29$

5. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...
 3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...
 $A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = B$ ② $B \subset A$
 ③ $(A \cap B) \subset A$ ④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.
 ⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

7. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
 ㉡ $A \cap B = A$
 ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
 ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
 ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
 ㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$
 ㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

8. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c, 2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
 또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
 따라서 $a = 3, b = 1, c = 1$ 이다.

9. 21 과 27 중 어느 것으로 나누어도 5 가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 950

해설

21 과 27 의 최소공배수 : 189
 $189 \times 5 + 5 = 950$

10. 세 자연수 $2^3 \times 3^2 \times 5^2, 2^3 \times 3^3 \times 5, 2^4 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② $2^3 \times 3$
 ③ 18 ④ $2^3 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공약수는 최대공약수의 약수, 최대공약수를 구하면 $2^3 \times 3^2$
 따라서 ④ $2^3 \times 3 \times 5$ 는 공약수가 아니다.

11. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}, B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{2, 5\}$ ③ $\{2, 6\}$
 ④ $\{2, 5, 6\}$ ⑤ $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로
 (1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.
 따라서 $A = \{2, 5, 6\}, B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로
 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.
 (2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.
 따라서 $A = \{2, 6, 9\}, B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.
 따라서 (1), (2) 에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.

12. 두 개의 숫자가 보이지 않는 이진법의 수 $10\Box\Box11_{(2)}$ 을 4 로 나누었을 때의 나머지를 십진법의 수로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$10\Box\Box11_{(2)} = 10ab11_{(2)}$ 라 하면
 $10ab11_{(2)} = 1 \times 2^5 + a \times 2^3 + b \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 $1 \times 2^5, a \times 2^3, b \times 2^2$ 는 4 의 배수이므로 4 로 나누어 떨어진다.
 따라서 4 로 나눈 나머지는 $1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$ 이다.

13. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$
 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$
 $(x, y$ 는 0 또는 1 또는 2)이며,
 최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

14. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x | x \text{ 는 } n \text{ 의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ? [배점 5, 상하]

- ① $A_4 \subset A_2$
 ② $A_6 \subset A_2$
 ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$
 ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$
 ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
 ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
 ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
 ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
 ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

15. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.
 다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.