

단원 종합 평가

1. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$
 ③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsubset\}$

해설

- ② 포함관계가 없다.
 ③ $A \subset B$
 ④ 포함관계가 없다.
 ⑤ $A \subset B$

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 630 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값은?
 [배점 2, 하중]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 24 ⑤ 30

해설

$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$ (개)

3. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 장

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18 \ 12} \\ \underline{3 \ 2} \end{array}$$

한 변의 길이가 36 cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장) 이 필요하다.

4. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 3^3 ② $2^5 - 3$
 ③ $100001_{(2)} - 1$ ④ $1110_{(2)}$
 ⑤ 4^2

해설

- ①, 27
 ②, 29
 ③, 32
 ④, 14
 ⑤, 16

5. 이진법의 수로 나타낼 때, 다섯 자리의 수가 되는 십진법의 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$10000_{(2)} = 16$, $11111_{(2)} = 31$ 이므로, 16 부터 31까지의 자연수 16개

6. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, (a, b) 를 구하면?

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1, 5\} \\ A \cup B &= \{1, 5, 6, 8\} \\ A &= \{1, a+2, 6\} \\ B &= \{1, b-2, b+1\} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

- ① (3, 4) ② (3, 5) ③ (3, 7)
④ (4, 4) ⑤ (4, 7)

해설

$A \cap B = \{1, 5\}$ 이므로 $\{1, 5\} \subset \{1, a+2, 6\}$ 이다.
 $a+2=5, a=3$ 이므로 $A = \{1, 5, 6\}$ 이다.
 또 $\{1, 5\} \subset \{1, b-2, b+1\}$ 이므로 $b-2=5$ 또는 $b+1=5$ 이다.
 i) $b=7$ 인 경우, $B = \{1, 5, 8\}$
 ii) $b=4$ 인 경우, $B = \{1, 2, 5\}$
 두 경우 중 $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 경우는 i) 이므로 $b=7$ 이다.
 따라서 $(a, b) = (3, 7)$ 이다.

7. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라.(단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$
 B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
 A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 12$
 A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34(\text{명})$
 따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

8. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \subset A$
 ② $16 \notin A$
 ③ A 는 무한집합이다.
 ④ $n(A) = 5$
 ⑤ $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

① $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합

② $16 \in A$

③ A 는 유한집합

④ $n(A) = 6$

⑤ $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

9. 다음 세 자리 수는 3의 배수이다. 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

$$2 \square 8$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로

$$2 + \square + 8 = 10 + \square$$

$$\therefore \square = 2, 5, 8$$

10. $101101_{(2)}$ 에서 앞의 밑줄 친 1 이 나타내는 값은 뒤의 밑줄 친 1 이 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 배

해설

이진법의 수는 자리가 하나씩 올라감에 따라 자리의 값이 2 배씩 커진다.

$$\begin{array}{cccccc} \underline{1} & 0 & \underline{1} & \underline{1} & 0 & 1 \\ & & \times 2 & \times 2 & \times 2 & \end{array}$$

따라서 앞 수는 뒤 수의 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (배) 이다.

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A - B) = 5, n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$ ㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 ㉢ $1 \in \{1, 2\}$ ㉣ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$
 ㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳다.

13. 다음 보기 중 3의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$2^4 \times 3$, $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$,
 $10111_{(2)}$, $100100_{(2)}$, 282

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 3 개

해설

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$$

$$100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$$

따라서 3의 배수가 아닌 수는 $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $10111_{(2)}$ 의 3개이다.

14. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

집합 X 는 원소 c 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$$n(X) = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

15. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 35 ② 70 ③ 105
 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.