

약점 보강 1

1. 이진법의 수를 아래와 같이 나타낼 때, ■■■을 이진법의 수로 나타내면 ()₍₂₎ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.

$0_{(2)} \Rightarrow \square$, $1_{(2)} \Rightarrow \blacksquare$, $10_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\square$, $11_{(2)} \Rightarrow \blacksquare\blacksquare$
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 110

해설

■은 1, □은 0 을 나타내므로
■■■은 $110_{(2)}$ 이다.

2. 다음은 은희와 수지의 월요일 시간표이다.

	1교시	2교시	3교시	4교시	5교시	6교시
은희	도덕	국어	체육	수학	미술	한문
수지	국어	영어	음악	사회	컴퓨터	과학

은희의 시간표에 있는 교과목의 집합을 A , 수지의 시간표에 있는 교과목의 집합을 B 라 할 때, $A \cap B$ 를 원소 나열법으로 나타내어라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: {국어}

해설

$A = \{\text{도덕, 국어, 체육, 수학, 미술, 한문}\}$
 $B = \{\text{국어, 영어, 음악, 사회, 컴퓨터, 과학}\}$
 $A \cap B = \{\text{국어}\}$

3. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고 A, B 가 보기를 만족할 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

보기

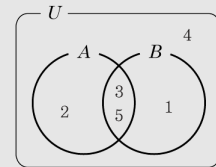
ㄱ. $A \cap B = \{3, 5\}$
 ㄴ. $B - A = \{1\}$
 ㄷ. $(A \cup B)^c = \{4\}$

[배점 3, 하상]

- ① {2} ② {3} ③ {2, 3}
 ④ {2, 5} ⑤ {1, 2, 5}

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다. 따라서 A 의 부분집합인 것은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.



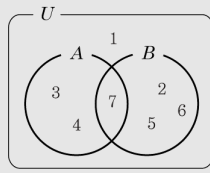
4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① {2, 5, 6} ② {2, 5, 6, 7}
 ③ {1, 2, 5} ④ {1, 2, 5, 6}
 ⑤ {1, 2, 5, 6, 7}

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

5. 가로, 세로, 높이가 각각 6, 12, 10 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답 :**

▶ **정답 :** 300 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 12, 10 의 최소공배수이므로 60 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$$(60 \div 6) \times (60 \div 12) \times (60 \div 10) = 10 \times 5 \times 6 = 300(\text{개}) \text{ 이다.}$$

6. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답 :**

▶ **정답 :** 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

7. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

[배점 5, 중상]

① 207

② 208

③ 209

④ 210

⑤ 211

해설

5, 6, 7 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7 의 공배수이다.

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

8. 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 C 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $A \not\subset C$ ㉡ $C \subset B$
 ㉢ $a \in C, b \in C$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

㉠과 ㉢에 의하여 $a \in C, b \in C, c \notin C$ 이다.
 따라서 집합 C 는 a 와 b 를 포함하고 c 를 포함하지 않는 B 의 부분집합이므로 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

9. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
 공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
 최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.)
 또는 a^3 꼴이어야 한다.
 따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 30$, $n(B) = 28$, $n(A^c \cap B^c) = 8$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 8 \\ \therefore n(A \cup B) &= 42 \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 30 + 28 - 42 = 16 \\ n(A - B) + n(B - A) \\ &= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 42 - 16 = 26 \end{aligned}$$

11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 5 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $X \subset A$ 이고 $B \subset X$ 일때, 집합 X 의 원소의 개수가 5 개인 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
 $B = \{3, 5\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 5 개인 집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\{1, 3, 5, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 9, 11\}$, $\{3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 4 개 이다.

12. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
 [배점 5, 상하]

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
 ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

해설

$n(A_n) = 6$ 이므로, $n = a^1 \times b^2$ 의 형태로 소인수 분해되는 수이다.

n 이 두 자리 수이기 때문에 b 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7 이다.

b 가 2, 3, 5, 7 일 때 최댓값을 각각 구해 보면,
 2 일 때, $2^2 \times 23 = 92$,

3 일 때, $3^2 \times 11 = 99$,

5 일 때, $5^2 \times 3 = 75$,

7 일 때, $7^2 \times 2 = 98$

$\therefore n$ 의 최댓값 = 99

13. $U = \{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A_n) = 6$ 을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 99