

실력 확인 문제

1. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 갯수는?

[배점 2, 하하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

3. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 31 개일 때, $n(A)$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $31 + 1 = 32$
개이며, $2^n = 32 \therefore n = 5$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{3, 6, 9, 12, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

㉡ $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

㉢ $\{\text{도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시}\} = \{x \mid x \text{는 계이름}\}$

㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 현재 우리나라 수도의 명칭}\}$

㉥ $\{\text{빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라}\} = \{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

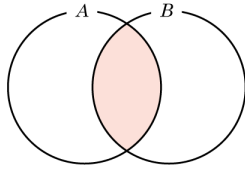
▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다작은 자연수}\}$
 ㉡ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ㉢ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\}$
 $= \{x \mid x \text{는 우리나라 삼국시대 삼국의 명칭}\}$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



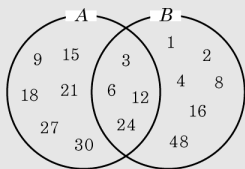
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 원소의 합은
 $3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

6. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$, $C = \{11, 13, 15\}$ 일
 때, 다음 빈 칸에 들어갈 기호를 순서대로 알맞게 쓴
 것은?

$A \square B$, $B \square C$, $A \square C$

[배점 3, 하상]

- ① $\subset$, $\supset$, $\supset$ ② $\subset$, $\not\subset$, $\supset$
 ③ $\not\subset$, $\supset$, $\supset$ ④ $=$, $\subset$, $\supset$
 ⑤ $\supset$, $=$, $\supset$

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$, $C = \{11, 13, 15\}$
 이므로,
 $A \not\subset B$, $B \supset C$, $A \supset C$ 이다.

7. 두 집합 A , B 에 관하여 $n(A \cap B) = 2$, $n(B) = 6$,
 $n(A \cup B) = 9$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ n(A) &= n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(B) \\ &= 9 + 2 - 6 = 5 \\ \therefore n(A) &= 5 \end{aligned}$$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5$, $n(B) = 7$ 이고 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는? [배점 3, 하상]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 7 - 3 = 9 \end{aligned}$$

9. 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x | x \text{는 } \square \text{미만의 홀수}\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

10. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$
 ② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$
 ③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$
 ④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$
 ⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6\}$$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로 ⑤이다.

11. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{a, b\} \in A$
 ③ $\{c\} \subset A$ ④ $\{b\} \in A$
 ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.

한편,

② $\{a, b\} \subset A$

③ $\{c\} \in A$

④ $\{b\} \subset A$

⑤ $\{a, b, \{c\}\} \subset A$

이다.

해설

조건 제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이다.

먼저 집합 A 와 C 의 교집합을 구하면 $\{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

$(A \cap C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 + 11 + 13 + 17 + 19 = 90$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 54

해설

$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$

$A = B$ 이므로 $a = 6$, $b = 9$ 또는 $a = 9$, $b = 6$ 이다.

$\therefore 6 \times 9 = 9 \times 6 = 54$

14. $\{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 를 만족하는 집합 X 는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

[배점 4, 중중]

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

$\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

집합 X 는 원소 1, 2, 4를 반드시 포함하는

$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합이므로

그 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

13. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{미만의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cap C) \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 90

15. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$